

## INFLUENCIA DEL PARALELISMO DE SUPERFICIES EN MEDICIONES DE FUERZA CON TRANSDUCTORES CILÍNDRICOS

Jorge Bedolla Hernández, Dariusz Szwedowicz Wasik, Mario Alberto De la Cruz Padilla

Departamento de Ingeniería Mecánica, Centro Nacional de Investigación y Desarrollo Tecnológico (CENIDET), Interior Internado Palmira s/n, Cuernavaca, Morelos, México, C.P. 62490, email: [ljbedolla@cenidet.edu.mx](mailto:ljbedolla@cenidet.edu.mx)

### RESUMEN

En el artículo se presenta el análisis de variación de lectura de fuerza registrada mediante transductores cilíndricos axiales. Se considera que uno de los principales factores de variación en este tipo de medición de fuerza es la falta de paralelismo entre las superficies que comprimen al transductor. Esto origina cambios de momentos flexionantes y distribuciones de esfuerzos que modifican la lectura del sensor instrumentado con extensómetros eléctricos. Para evaluar las variaciones de lecturas de fuerza medida se diseñó y construyó un conjunto de transductores cilíndricos axiales. Se realizó su análisis de esfuerzos y deformaciones en forma numérica, analítica y experimental, para diferentes condiciones de inclinaciones de 0 a 5 grados. Se obtuvo una relación entre la geometría de los transductores, esfuerzos y lecturas de fuerza, en función del ángulo de incidencia de la carga.

**Palabras clave:** Transductor de fuerza \_\_ Ángulo de incidencia \_\_ Momento flexionante \_\_ Deformación \_\_ elementos finitos.

### INTRODUCCIÓN

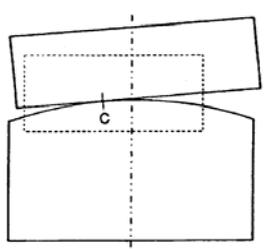
En los ensambles de elementos mecánicos, montaje de soportes de maquinaria, uniones atornilladas, ménsulas de carga, por mencionar algunos, es común que se requiera conocer o controlar la fuerza de apriete con que se logra la unión o el montaje. Para esto el uso de transductores de fuerza es una práctica común y además, se considera que las superficies de contacto son paralelas. Sin embargo, por ser piezas manufacturadas las características de cada superficie es independiente de la otra. Por lo tanto no se puede garantizar la condición real de paralelismo hasta que se juntan las piezas. Es sabido que los procesos de manufactura generan diversas particularidades en superficies en contacto a causa de la manufactura. El presente trabajo se enfoca solo en la influencia de la deficiencia de paralelismo de las superficies de los elementos mecánicos que intervienen en las juntas. Un ejemplo es la preparación del basamento de una máquina con determinadas características del montaje en relación al paralelismo de las superficies. La tolerancia final de paralelismo en este caso estará en función de su inclinación relativa, lo cual obedece al maquinado y a la precisión con que se realizó la

obra civil. Para conocer la fuerza de anclaje que se aplica a la base de la máquina, un transductor de fuerza entre los elementos de la unión permite medir esa magnitud. Pero las cantidades medidas por el transductor también involucran efectos por las variaciones del estado de contacto, las cuales difieren de consideraciones ideales del diseño de la unión y pueden modificar la lectura del valor de fuerza aplicado a la unión.

Para fabricar los transductores de fuerza axial, una alternativa es el uso de extensómetros eléctricos, que en las últimas décadas han tenido considerable aumento de sus aplicaciones, por lo que existe un gran interés en estos (Robinson 2006). Eliminar los factores que afectan de forma adversa una medición sería la condición ideal, sin embargo esto no siempre es posible. Por lo tanto se requiere al menos cuantificarlos para analizar y estimar las correcciones pertinentes. Al utilizar transductores de fuerza axial, un problema presente es la falta de paralelismo entre la dirección de las fuerzas aplicadas y la dirección que mide. Esto obedece a complicaciones inherentes de manufactura para maquinar superficies idealmente paralelas. La cantidad de carga no axial depende principalmente de las tolerancias en el diseño de

las partes del transductor y la precisión con la que el transductor es manufacturado (Interface 2001). Dos superficies se consideran paralelas si todos sus puntos son equidistantes una respecto a la otra (Jensen 1993). Sin embargo, no existen normas de paralelismo y el paralelismo se determina en función de las necesidades de la pieza (Navarrete 2007).

Con al finalidad de eliminar o disminuir la sensibilidad de transductores a fuerzas no axiales Redner (1965) diseñó una célula de carga basada en extensómetros. La cual restringe la rotación del elemento flexible respecto a su base, pero sin considerar las deformaciones a causa de la falta de paralelismo. El fabricante de transductores Interface (2001), para el diseño de sus transductores utiliza un botón de carga como se presenta en la figura 1, con la finalidad de minimizar la fuerza no axial. Sin embargo esta condición no elimina la falta de paralelismo y tampoco indica límites permisibles para éste.



**Figura 1.** Botón de carga colocado a los transductores con la finalidad de minimizar el efecto de las cargas no axiales (Interface 2001), donde c indica el contacto.

Otra forma de minimizar las lecturas de fuerzas no axiales es por medio de las conexiones de extensómetros. Para esto se conectan de manera que la fuerza y el momento se sumen algebraicamente, ya que los vectores del momento son iguales y en sentidos opuestos. La conexión se debe realizar de manera que el efecto del momento se elimine y eso varía de acuerdo a las características geométricas de los elementos flexibles. Por eso es importante conocer el efecto de las fuerzas no axiales.

En función de lo anterior, el presente trabajo se enfoca en analizar la influencia de la falta del paralelismo en las lecturas proporcionadas por transductores cilíndricos axiales. Si bien, el paralelismo entre superficies puede cuantificarse

e incluirlo en planos de diseño de ensamblajes. La literatura referente a tolerancia de paralelismo para realizar mediciones de la fuerza de estas uniones de anclaje o montaje es escasa, sin indicar explícitamente intervalos o magnitudes para realizar mediciones confiables. Este trabajo tiene por objeto contribuir con expresiones que relacionen las variaciones de mediciones de fuerza ocasionadas por la falta de paralelismo entre partes de una unión. Para esto, se realizó un estudio teórico – experimental que incluye el desarrollo de modelos discretos con el método de elemento finito y la comparación de ecuaciones teóricas con resultados experimentales para verificar su validez. Además se construyeron transductores de fuerza basados en extensometría eléctrica.

## DESCRIPCIÓN DEL PROBLEMA

En esta sección se presenta el diseño de los transductores, la selección del material y la geometría de los elementos flexibles. Se describe la calibración estática de los transductores, proceso de carga y descarga a éstos para determinar sus características de funcionamiento.

### Diseño del elemento flexible

Los elementos flexibles del sensor son de configuración cilíndrica de diferentes longitudes y espesores, como se indica en la tabla 1. El diseño e instrumentación del transductor se realizó de acuerdo al manual de Measurements Group (2001). A partir de lo cual se determinó que los transductores se construyeran de aluminio 6063-T6, con módulo de elasticidad (E) de 214 GPa, relación de Poisson ( $\nu$ ) de 0.29 y esfuerzo de fluencia de 250MPa. A partir de la geometría y material de los elementos flexibles, y considerando el esfuerzo de trabajo como 0.66 del esfuerzo de fluencia del material (Shigley & Mischke 1993), se calculó que las cargas máximas que soportan los transductores 1, 2 y 3 es de 10 kN, 20 kN y 30 kN, respectivamente. Para la confirmación de estos datos se realizaron cálculos numéricos mediante el método de elemento finito con el software Algor y con las ecuaciones de mecánica de materiales (Gere & Timoshenko 2002), las cuales se programaron en un código propio con el software Matlab. La mayor diferencia obtenida entre ambos métodos

fue del 0.7 %, por lo cual se concluye que los cálculos son correctos y las geometrías son adecuadas para la construcción de los sensores axiales.

**Tabla 1.** Dimensiones para el diseño de los elementos flexibles.

Elemento flexible	Diámetro externo [mm]	Diámetro interno [mm]	Pared [mm]	Longitud [mm]
1	20.81	22.99	1.09	70
2	20.09	24.17	2.04	40
3	20.76	26.6	2.92	70

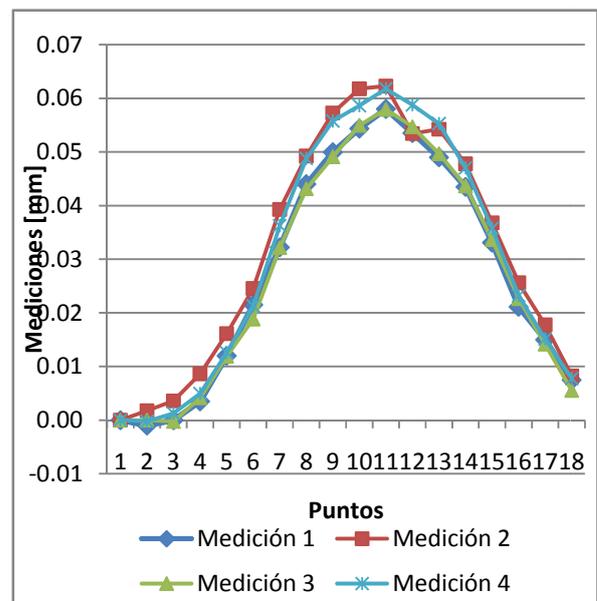
Para la instrumentación de los transductores se usaron extensómetros del tipo N2A-13-T001N-350 de Vishay, los cuales son recomendados para tal fin (Visahy 2004). La instrumentación en el elemento flexible se realizó de acuerdo al boletín B-127-14 (Visahy 2005) y las notas técnicas TT-609 (Visahy 2007a) y TT-604 (Visahy 2007b). Los extensómetros se conectaron en puente de Wheatstone completo. Se usó el amplificador 2003 de Vishay para la medición de voltaje de salida, proporcional a la deformación de los extensómetros. La excitación en el puente fue de 7 V, el cual se determinó mediante la nota técnica TN-502 (Visahy 2005).

**Calibración de los transductores**

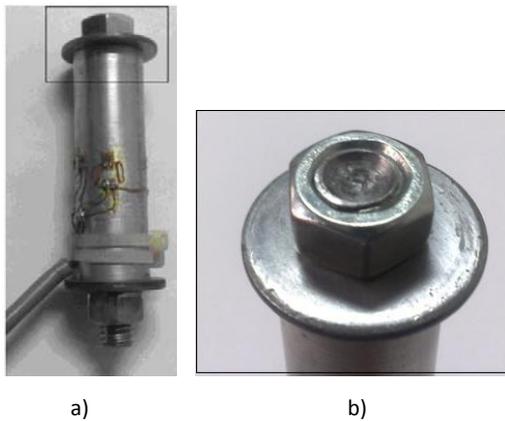
Para la calibración estática de los transductores se aplicaron pesos muertos. A partir de esas calibraciones preliminares se observó que los transductores registraban diferentes magnitudes de voltaje de salida para el mismo peso, al rotar el sensor sobre su eje axial. Esto indicó deficiencia en el paralelismo de las caras del transductor, lo cual se considera que influiría en las mediciones de fuerza con estos elementos. En la figura 2 se presenta una gráfica representativa de la medición de planicidad de las caras del transductor.

La figura 2 muestra el caso donde una de las caras del transductor se alineó con la base de referencia y la otra se midió. Se observa que las lecturas muestran variaciones de altura en la cara del transductor. Con la finalidad de disminuir el efecto de las mediciones en las caras de los transductores y realizar calibraciones acorde a

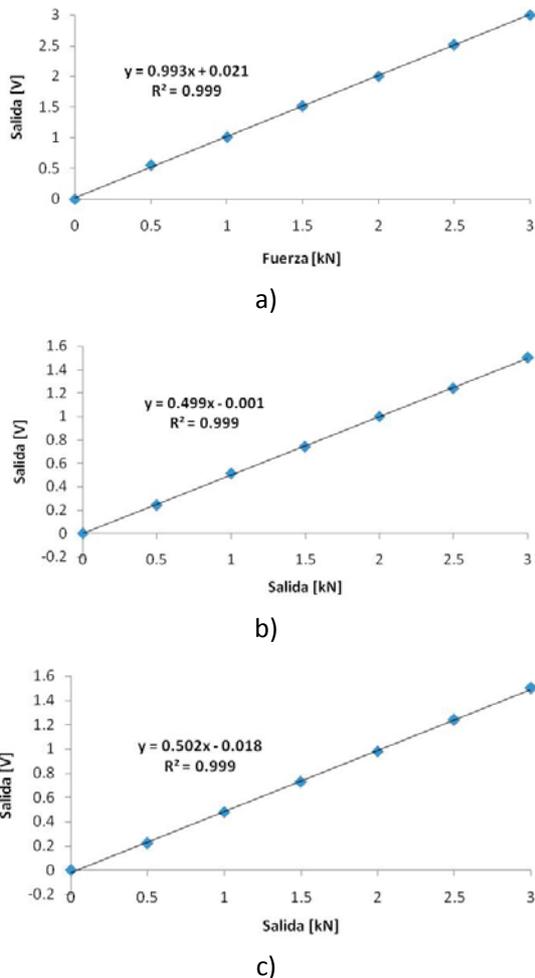
las necesidades de las pruebas, se aplicó una precarga a los elementos flexibles mediante un tornillo para eliminar el efecto de variación de las caras. Adicionalmente, de acuerdo a la revisión bibliográfica un botón de carga contribuye a la reducción de la influencia de cargas con ángulo de incidencia. La configuración de los transductores se muestra en la figura 3. En la figura 4 se muestra las curvas de calibración, de las que se obtienen las sensibilidades, las cuales son 1 kN/V, 2 kN/V y 2 kN/V para los transductores 1, 2 y 3 respectivamente. Se realizaron también pruebas de carga – descarga de los transductores para observar su comportamiento de repetibilidad. Estos ciclos consistieron en aplicar fuerzas de 0.5 kN a 3 kN con incrementos de 0.5 kN y descargar el sensor en la misma forma. Con estas pruebas y para el intervalo de cargas de 0 N a 3 kN se obtuvo el porcentaje de exactitud de la escala total, que corresponde a 1.67 %, 2 % y 2.04 % para los transductores 1, 2 y 3 respectivamente. Estos resultados indican que la variación máxima para todos los transductores es de 2.04 % de la escala total, por lo que se considera que los transductores diseñados e instrumentados son adecuados para realizar el estudio de la influencia de la falta de paralelismo entre superficies planas que se unen.



**Figura 2.** Gráfica representativa de variación de la cara del elemento flexible.



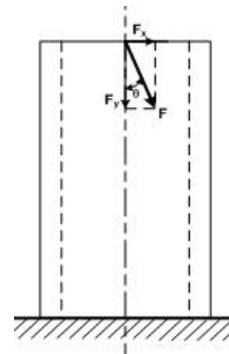
**Figura 3.** Transductor de fuerza, donde: a) transductor instrumentado y elementos de precarga, b) ampliación de la región con cavidad cónica para alojar botones de carga.



**Figura 4.** Curvas de calibraciones donde: a) transductor 1, b) transductor 2, c) transductor 3 y R<sup>2</sup> es la correspondencia unitaria entre los datos medidos y ajustados.

### Pruebas de medición de fuerza con ángulos de incidencia

Para analizar el efecto del ángulo de incidencia de la fuerza sobre las lecturas realizadas por los transductores cilíndricos, se usó un banco de carga que permite aplicar una fuerza de compresión de 3 kN. Los ángulos de incidencia de la fuerza se variaron de cero a cinco grados. Este intervalo obedece a que se consideró que un transductor al colocarlo entre superficies con más de tres grados de inclinación relativa de las superficies, sería perceptible para el usuario, por lo que se harían las correcciones necesarias. Si embargo, para cubrir completamente este intervalo de variación se decidió ampliarlo hasta 5 grados. El concepto de carga con ángulo de incidencia se muestra en la figura 5, donde la fuerza  $F$  con ángulo de incidencia  $\theta$  tiene componentes  $F_x$  y  $F_y$  que producen esfuerzos flexionantes y de compresión. Estos esfuerzos son producto de la geometría de las caras de las superficies de contacto.



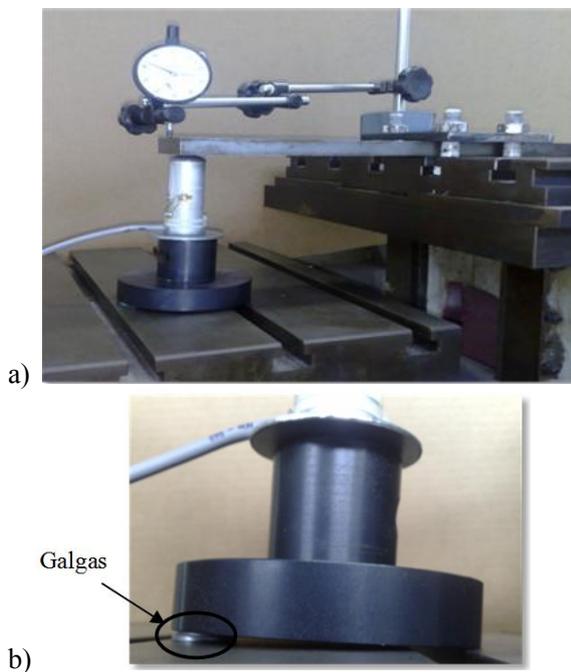
**Figura 5.** Componentes de fuerza en elemento flexible al aplicar fuerza no axial.

Las ecuaciones para los esfuerzos normales a causa de la fuerza inclinada (Gere & Timoshenko 2002) se programaron en Matlab. Además se realizaron simulaciones numéricas con el software de elemento finito Algor para determinar las cargas y esfuerzos máximos permisibles en el elemento flexible. Los resultados numéricos y analíticos de esfuerzo para el ángulo de inclinación máximo (5°) se muestran en la tabla 2. Con estos datos se muestra que todos los transductores instrumentados pueden resistir más de 4 kN de carga aplicada. Lo cual supera la carga máxima

de 3 kN que se aplicó con el banco de carga experimental (ver figura 6).

**Tabla 2.** Máximo esfuerzo en los transductores al aplicarle la fuerza indicada con un ángulo de incidencia de cinco grados.

TRANSDUCTOR	FUERZA APLICADA [kN]	ESFUERZO [MPa]	
		ANALÍTICO	NUMÉRICO
1	4.5	129.8	124.5
2	11.5	136.1	132.2
3	14	137.6	135.7



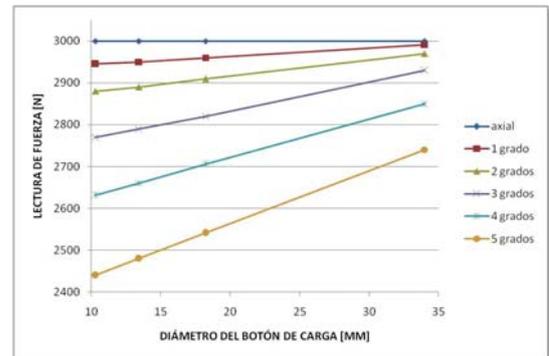
**Figura 6.** Banco de pruebas, donde: a) Vista general y b) ubicación de galgas (espesores calibrados) de altura para ángulo de incidencia.

De acuerdo al diseño del elemento flexible descrito previamente, se consideraron 4 botones de carga con diámetros de 10.3 mm, 13.44 mm, 18.22 mm y 34 mm, para ángulos de incidencia de 0 a 5 grados. El ángulo de incidencia se varió con galgas de espesores calibrados, como se indica en la figura 6.

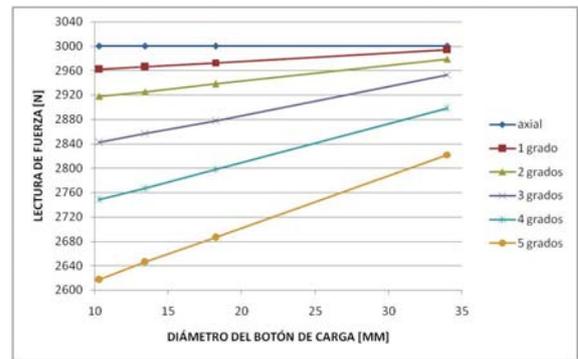
### RESULTADOS Y DISCUSIONES

Para los tres transductores diseñados calibrados e instrumentados se aplicó una fuerza de 3 kN

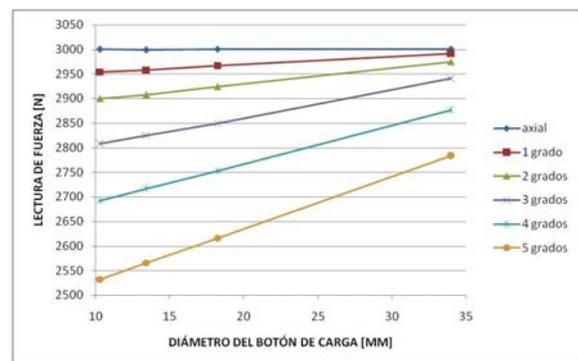
mediante el banco de carga. Para cada transductor se varió el ángulo de incidencia de la carga, así como el diámetro de los botones de carga. Los resultados obtenidos se muestran en la figura 7.



a)



b)



c)

**Figura 7.** Variación en las lecturas de fuerza en función de diferentes botones de carga y los ángulos de incidencia, donde: a) transductor 1, b) transductor 2 y c) transductor 3.

La figura 7 muestra que la exactitud de las mediciones de fuerza, esto es variación en la lectura medida respecto a la carga aplicada, tiene

relación lineal con el diámetro del botón de carga. La carga aplicada se mantuvo constante en 3 kN para todas las pruebas. También se observa que las pendientes aumentan al incrementar el ángulo de incidencia de la fuerza. Al incrementar el ángulo de incidencia la lectura de la fuerza disminuye la exactitud del transductor de la siguiente manera:

- para el transductor uno hasta en 18 % respecto a la fuerza aplicada,
- para el transductor dos hasta en 15 % respecto a la fuerza aplicada,
- para el transductor tres hasta 12 % respecto a la fuerza aplicada.

Como se observa de la figura 7, en todos los casos la diferencia máxima se obtiene con el botón de carga de menor diámetro y el ángulo de inclinación de 5 grados.

Para comparar los resultados se buscó la relación entre los esfuerzos axiales, flexionantes y la geometría de los elementos flexibles. Las magnitudes teóricas de esfuerzo están en función de las componentes de fuerza F y de los radios de los elementos flexibles. Adicionalmente para

el esfuerzo flexionante se incluye la distancia de aplicación de la fuerza. De esta forma las ecuaciones de esfuerzo axial ( $\sigma_{axial}$ ) y flexionante ( $\sigma_{flex}$ ) son:

$$\sigma_{axial} = \frac{F \cos\theta}{\pi(R^2 - r^2)} \tag{1}$$

$$\sigma_{flex} = \frac{4 F \text{ sen}\theta L R}{\pi(R^4 - r^4)} \tag{2}$$

donde F es la fuerza total con ángulo de incidencia  $\theta$ , R es el radio externo del elemento flexible, r radio interno y L la longitud del elemento flexible.

Los valores de F y  $\theta$ , para una misma serie de pruebas se mantuvieron constantes, por lo que las modificaciones entre transductores obedecen a sus respectivos radios. Por lo tanto los factores que involucran los radios pueden relacionarse entre los distintos transductores con el fin de analizar las relaciones que aparecen entre los esfuerzos para pares de transductores. En la tabla 3 se muestra esta razón entre radios de diferentes transductores y su relación de esfuerzo correspondiente.

**Tabla 3.** Relaciones existentes de los transductores contruidos.

RELACIÓN ENTRE TRANSDUCTORES	RELACIÓN DE RADIOS CON ESFUERZO AXIAL	RELACIÓN DE RADIOS CON ESFUERZO FLEXIONANTE	RELACIÓN DE ESFUERZOS	
			AXIAL	FLEXIONANTE
1-2	1.9	3.2	1.9	3.2
1-3	2.9	2.9	2.9	2.9
2-3	1.52	0.9	1.5	0.9

De la tabla 3 se observa que la relación de esfuerzo axial es la misma que la relación de radios de la siguiente forma:

$$\frac{R_i^2 - r_i^2}{R_j^2 - R_j^2} = \frac{\sigma_{j \text{ axial}}}{\sigma_{i \text{ axial}}} \tag{3}$$

para  $i \neq j$ , donde i y j representan a los transductores 1, 2 y 3. De forma análoga, de tabla 3 se observa que la relación de esfuerzos flexionantes es igual a la relación del producto de radios y longitudes de los elementos.

$$\frac{R_j / (R_j^4 - r_j^4) \cdot L_j}{R_i / (R_i^4 - r_i^4) \cdot L_i} = \frac{\sigma_{j \text{ flexionante}}}{\sigma_{i \text{ flexionante}}} \tag{4}$$

Con la finalidad de obtener una relación con las lecturas de fuerza obtenidas en forma experimental, cuyos resultados se muestran en la figura 7, se sustituyen esos valores en las ecuaciones 3 y 4, quedando las ecuaciones de la siguiente manera:

$$\frac{R_i^2 - r_i^2}{R_j^2 - R_j^2} = \frac{\text{var}_j}{\text{var}_i} \tag{5}$$

$$\frac{R_i(R_j^4 - r_j^4)}{R_j(R_i^4 - r_i^4)} \cdot \frac{L_j}{L_i} = \frac{\text{var}_j}{\text{var}_i} \quad (6)$$

Combinado las ecuaciones 5 y 6 se obtiene las variaciones en las lecturas de fuerza, en función de las variaciones de otro transductor.

$$\text{var}_i = \text{var}_j \left[ \frac{(R_j^2 - r_j^2)}{R_j^2 - r_j^2} + \frac{R_i L_i (R_j^4 - r_j^4)}{R_j L_j (R_i^4 - r_i^4)} \right] \quad (7)$$

Para demostrar la validez de la ecuación 7 se consideraron los datos presentados en la figura 7. Con estos se obtuvieron las variaciones de lecturas en los transductores dos y tres (transductores i) tomando como valores de referencia las variaciones de lectura del transductor uno (transductor j). En la tabla 4 se presentan las variaciones de lecturas obtenidas de forma experimental y analítica.

**Tabla 4.** Variaciones de lectura al aplicar una fuerza de 3 kN.

Ø BOTÓN CARGA [mm]	ANGULO INCIDENCIA [°]	VARIACIÓN DE LAS LECTURAS DE FUERZA [N]			
		TRANS 2		TRANS 3	
		EXP	ANAL	EXP	ANAL
34	0	0	0	0	0
	1	8	8	6	6
	2	25	25	21	21
	3	59	59	47	47
	4	124	125	102	102
18.22	0	0	0	0	0
	1	33	33	27	27
	2	76	76	62	62
	3	150	150	123	123
	4	247	246	202	201
13.44	0	1	0	0	0
	1	42	42	34	34
	2	93	92	75	75
	3	175	175	143	144
	4	284	284	233	233
10.3	0	0	0	0	0
	1	46	46	38	38
	2	100	100	82	82
	3	192	192	158	158
	4	308	307	252	251
10.3	0	0	0	0	0
	1	46	46	38	38
	2	100	100	82	82
	3	192	192	158	158
	4	308	307	252	251
10.3	0	0	0	0	0
	1	46	46	38	38
	2	100	100	82	82
	3	192	192	158	158
	4	308	307	252	251
10.3	0	0	0	0	0
	1	46	46	38	38
	2	100	100	82	82
	3	192	192	158	158
	4	308	307	252	251

Los resultados presentados en la tabla 4 muestran que la variación máxima entre resultados analíticos y experimentales es de 1 N

para los casos analizados, con los diámetros de botones de carga y ángulos de incidencia indicados previamente. La ecuación 7 permite encontrar las variaciones de lecturas en un transductor cilíndrico al aplicarle carga de compresión axial o con ángulos de incidencia, para este estudio hasta cinco grados. El inconveniente que presenta es que se requiere de datos de referencia para lograrlo y no se logró en forma independiente para cada transductor. Esto obedece a que no se puede individualmente conocer las variaciones, porque éstas están en función de la configuración geométrica de cada transductor. Sin embargo al tener un transductor calibrado par las condiciones de contacto, podría conocerse las variaciones que se obtendrían en otro transductor que se usa para el mismo fin. Como se observa las diferencias de la fuerza aplicada en relación a la que registra el transductor pueden variar considerablemente. A pesar de esto la ecuación desarrollada permite cuantificar las variaciones cuando se tienen mediciones de referencia para un transductor conocido.

## CONCLUSIONES

En el diseño de transductores deben buscarse geometrías que permitan someter el elemento flexible a menor esfuerzo flexionante y en esta forma mejorar y aumentar la sensibilidad del elemento sensor para medir la fuerza. La precisión en las lecturas de fuerza disminuye cuando se aplican cargas inclinadas. La configuración de contacto (botón de carga) influye de manera lineal en la exactitud de las lecturas de fuerzas obtenidas al variar el ángulo de incidencia de la fuerza de axial a cinco grados de manera que diámetros mayores son menos afectados por la fuerza no axial. Lo cual se relaciona con el área de contacto aparente que se presenta, es decir, para un diámetro mayor se tiene la posibilidad de aumentar el área de contacto. Mientras que para el caso de superficies planas y falta de paralelismo, en el caso extremo, se tendría contacto en una región muy pequeña, la cual solo se incrementaría para una deformación excesiva de las partes en contacto. También se concluye que la precisión y exactitud de los sensores no es afectada por el diámetro del botón de carga cuando la fuerza que

se aplica es completamente en dirección axial del sensor. Por último, se dedujo una ecuación que relaciona las variaciones de lecturas de los transductores considerando sus características geométricas y valores de referencia de otro conjunto de lecturas. La ecuación desarrollada presentó una variación máxima de 1 N entre los datos teóricos y los que se obtuvieron de las mediciones.

## AGRADECIMIENTOS

Los autores agradecen a la DGEST (Dirección General de Educación Superior Tecnológica) por el financiamiento para el desarrollo del presente trabajo, dentro del proyecto de investigación DGEST 534.07-P y 286.06-P.

## REFERENCIAS

Gere J.M., & Timoshenko S.T. 2002 *Mecánica de Materiales*, International Thompson editors, México D.F.

Interface, 2001, Physical Configuration, [www.interfaceforce.com/supporttheory/pdfs/physicalconfigurations.pdf](http://www.interfaceforce.com/supporttheory/pdfs/physicalconfigurations.pdf), consultado 16/11/2007.

Jensen C. 1993, *Geometric Dimensioning & Tolerancing for Engineering & Manufacturing Technology*, Delmar, Albany, p. 133.

Measurements Group. 2001, *Measurement of Force, Torque and Other Mechanical Variables with Strain Gages*, Tech Notes, Vishay.

Navarrete G. 2007, Club Mexicano de Usuarios de Máquinas de Coordenadas, [www.cenam.mx/cmucmmc/](http://www.cenam.mx/cmucmmc/), consultado 16/11/2007.

Redner S. Load Cell Independent of Non-Axial Loading Effects, US Patent 3,164,014.

Robinson M. 2006, *Strain Gage Materials Processing, Metallurgy and Manufacturing, Experimental Techniques*, 30(1), p 42.

Shigley J.E. & Mischke C., 1993, *Diseño Mecánico*, Mc Graw Hill, México D.F.

Visahy. 2005, Boletín B-127-14, *Strain Gage Installations with M-Bond 200 Adhesive*.

Visahy. 2004, Catalog TC-116, *Transducer Class Strain Gages*, p. 12.

Visahy. 2007a, Nota Técnica TT 609, *Strain Gages Soldering Techniques*.

Visahy. 2007b Nota Técnica TT 604, *Leadwire Attachment Techniques for Obtaining Maximum Fatigue Life of Strain Gages*.