

DETERMINACIÓN DEL NÚMERO DE NUSSELT CONVECTIVO Y RADIATIVO EN UNA HABITACIÓN CON UNA PARED SEMITRANSARENTE

J. Xamán, G. Álvarez
Centro Nacional de Investigación y Desarrollo Tecnológico. CENIDET-TecNM-SEP
Prol. Av. Palmira S/N. Col. Palmira. Cuernavaca, Morelos CP 62490, México.
Tel.: +52 (777) 3-62-77-70; fax: +52 (777) 3-62-77-95,
E-mail: jxaman@cenidet.edu.mx, gaby@cenidet.edu.mx

J.O. Aguilar
Universidad de Quintana Roo, UQRoo
Boulevard Bahía s/n, Col. Del Bosque, Chetumal Quintana Roo, CP 77019, México.
Tel. +52 (983) 8-35-03-00, E-mail: ovidio@uqroo.edu.mx

C. Moo Chalé
Instituto Tecnológico Superior de Motul. ITSMotul-TecNM-SEP
Carretera Mérida-Motul, Tablaje Catastral 383, Motul de Carrillo Puerto, Yucatán, C.P. 97430, México.
Tel.: +52 (991) 9-15-16-32, E-mail: carlos.moo@itsmotul.edu.mx

RESUMEN

Se presentan los resultados numéricos para la transferencia de calor en geometrías rectangulares con flujo laminar y turbulento. En particular, se plantea y resuelve el problema de transferencia de calor conjugada en una cavidad con pared semitransparente. Las ecuaciones de conservación de masa, momentum, energía, energía cinética turbulenta y disipación de energía cinética turbulenta fueron resueltas bajo la técnica de volúmenes finitos. Para el intercambio radiativo se usó el método de radiación neta. Se presenta la verificación del código desarrollado con problemas de referencia, encontrándose resultados satisfactorios. Se encontró que el caso de la cavidad con una pared semitransparente con control óptico (Caso 1) permite pasar menos flujo de calor total (331.44 W/m^2) al interior de la cavidad que cuando no se usa control solar en pared semitransparente (646.24 W/m^2 , Caso 2) para un $Ra = 1012$. Por último, se proponen las relaciones de transferencia de calor convectiva, radiativa y total para la cavidad con pared semitransparente.

INTRODUCCIÓN

La importancia de los procesos de transferencia de calor en aplicaciones en ingeniería, como son ventanas con doble vidrio, colectores solares, ahorro de energía en edificios, enfriamiento de dispositivos electrónicos, análisis de celdas de puntos fijos y diseño de hornos térmicos, ha estimulado los estudios de investigación en el área.

Por el lado de ahorro de energía en edificios, los indicadores energéticos muestran que en países desarrollados, debido al clima, existe un gran consumo de energía para el enfriamiento o

calentamiento en edificios residenciales y comerciales (Pérez-Lombard, Ortiz y Pout 2008). Para el caso particular de México, se ha detectado que el mayor consumo de energía residencial se debe a que, en las regiones cálidas se construyen edificios modernos con grandes áreas de ventanas que no son los adecuados a las condiciones climáticas del lugar (Xamán, Zavala-Guillén, y otros 2014). En estas regiones de México la mayor parte del año el clima es caluroso, por tanto es posible diseñar de manera adecuada las edificaciones para disminuir las ganancias térmicas y así reducir los consumos de energía por el uso de sistemas de aire acondicionado. Para ello, los

conocimientos se enfocan en mejorar los materiales de construcción para la envolvente del edificio, como techos, paredes y ventanas (Yang, Yan y Lam 2014), (Joudi, y otros 2013), (Pérez-Lombard, Ortiz y Pout 2008).

Entre las principales tecnologías desarrolladas para reducir las ganancias térmicas al interior de una edificación se encuentran los vidrios con recubrimientos en ventanas que impiden, lo más posible, el paso de la energía solar.

Para modelar el funcionamiento térmico de habitaciones se han realizado estudios experimentales a pequeña y gran escala utilizando cajas de prueba (Grimmer, McFarland y Balcomb 1979), (Shaviv 1984), (Straw 2000) y (Kurtbaz y Aydin 2008). Por otro lado, las investigaciones teóricas para el estudio de habitaciones se han enfocado a modelos de convección en cavidades, algunos trabajos adicionalmente con efectos de conducción en las paredes y otros incluyendo las tres formas de transferencia de (Behnia, Rizes y De Vahl Davis 1990), (Ramey 1994), (Mohamed 1998), (Xamán, Álvarez y Chávez, y otros 2012) y (Xamán, Zavala-Guillén, y otros 2014). A diferencia de estos trabajos, aquí se considera una pared semitransparente con película de control solar. Álvarez y Estrada (Álvarez y Estrada 2000) presentaron el estudio numérico para la transferencia de calor conjugada con flujo laminar en una cavidad en 2-D. Una de las paredes verticales de la cavidad estaba constituida por un vidrio con película de control solar.

El presente estudio es una extensión del trabajo reportado por (Álvarez y Estrada 2000) para continuar la investigación en detalle del comportamiento térmico en el interior de una habitación. A diferencia del trabajo de Álvarez, en la cual se consideró un modelo de flujo laminar, aquí se considera un modelo de flujo turbulento. Este permite entonces considerar cavidades de mayores dimensiones, tales como las de una habitación.

FORMULACIÓN MATEMÁTICA

Modelo Convectivo

Se considera una cavidad cuadrada (H_x , H_y) compuesta por dos paredes horizontales adiabáticas, una pared vertical isotérmica y una pared semitransparente compuesta por un vidrio claro de 6 mm de espesor con un recubrimiento de película de control solar adherida en la cara adyacente al interior de la cavidad. Las consideraciones del modelo son las siguientes: i) el interior de la cavidad contiene aire que inicialmente está a temperatura uniforme y en reposo; ii) intercambio radiativo entre las superficies internas de la cavidad; iii) incidencia normal de radiación solar en la pared semitransparente, de la cual una parte se refleja, otra se transmite y la restante se absorbe. La energía absorbida por la pared semitransparente ocasiona un incremento de su temperatura, ocasionando una diferencia de temperatura entre el interior y exterior de la cavidad; iv) el fluido se considera que tiene propiedades constantes y se usa la aproximación de Boussinesq en los términos de fuerza de flotación; v) las cuatro paredes tienen las condiciones de no-deslizamiento. El modelo físico de la cavidad se muestra en la Figura 1.

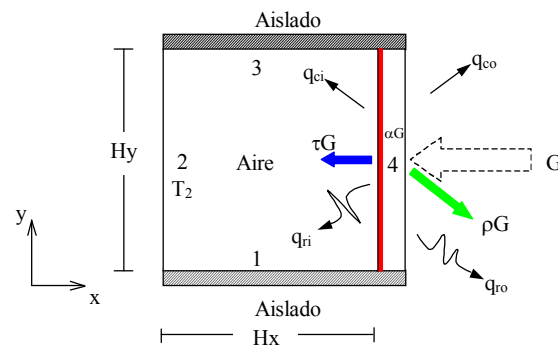


Figura 1 Modelo físico de la cavidad cuadrada con pared semitransparente

Las ecuaciones de conservación para el problema de convección natural con flujo turbulento en la cavidad con pared semitransparente, se resumen en las ecuaciones promediadas de masa, momentum y energía. Las ecuaciones en forma tensorial son las siguientes y fueron reportadas por (Perez-Segarra, y otros 1995) como:

$$\frac{\partial u_i}{\partial x_i} = 0 \quad (1a)$$

$$\frac{\partial(\rho u_i)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho u_j u_i)}{\partial x_j} = -\frac{\partial P}{\partial x_i} + \frac{\partial \tau_{ij}}{\partial x_j} - \rho \beta (T - T_0) g_i \quad (1b)$$

$$\frac{\partial(\rho T)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho u_i T)}{\partial x_i} = -\frac{1}{C_p} \frac{\partial q_i}{\partial x_i} \quad (1c)$$

donde, las expresiones para el tensor de esfuerzos y el flujo de calor son:

$$\tau_{ij} = \mu \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) - \rho \overline{u_i u_j} \quad q_i = -\lambda \frac{\partial T}{\partial x_i} + C_p \rho \overline{u_i T}$$

El modelo de turbulencia utilizado es el κ - ε , reportado por (Henkes, Van-der-Vlugt y Hoogendoorn 1991), donde los esfuerzos y flujos de calor turbulentos son expresados como:

$$\rho \overline{u_i u_j} = -\mu_t \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) + \frac{2}{3} \rho \kappa \delta_{ij} \quad (2a)$$

$$\rho \overline{u_i T} = -\frac{\mu_t}{\sigma_r} \frac{\partial T}{\partial x_i} \quad (2b)$$

En las ecuaciones anteriores, μ_t es la viscosidad turbulenta, σ_r es el número de Prandtl turbulento y δ_{ij} es la delta de Kronecker. El número de Prandtl turbulento se toma usualmente como una constante ($\sigma_r = 0.9$). La viscosidad turbulenta esta relacionada con la energía cinética turbulenta (κ) y la disipación de energía cinética turbulenta (ε) por medio de la expresión empírica de Kolmogorov-Prandtl (Pope 2000). La energía cinética turbulenta y la disipación de energía cinética turbulenta se obtienen de las ecuaciones de transporte como:

$$\mu_t = C_\mu \frac{\rho \kappa^2}{\varepsilon} \quad (3a)$$

$$\frac{\partial(\rho \kappa)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho u_i \kappa)}{\partial x_i} = \frac{\partial}{\partial x_i} \left[\left(\mu + \frac{\mu_t}{\sigma_\kappa} \right) \frac{\partial \kappa}{\partial x_i} \right] + P_\kappa + G_\kappa - \rho \varepsilon \quad (3b)$$

$$\frac{\partial(\rho \varepsilon)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho u_i \varepsilon)}{\partial x_i} = \frac{\partial}{\partial x_i} \left[\left(\mu + \frac{\mu_t}{\sigma_\varepsilon} \right) \frac{\partial \varepsilon}{\partial x_i} \right] + [C_{1\varepsilon}(P_\kappa + C_{3\varepsilon}G_\kappa) - C_{2\varepsilon}\rho\varepsilon] \frac{\varepsilon}{\kappa} \quad (3c)$$

donde, P_κ y G_κ es la producción cortante y la producción/destrucción de flotación de la energía cinética turbulenta respectivamente.

Las condiciones de frontera para las velocidades del fluido en las paredes se consideran cero. Las condiciones de frontera de temperatura son: paredes horizontales (superior e inferior) adiabáticas, pared vertical izquierda isotérmica y conducción de calor en la pared semitransparente, esto es:

Las condiciones de frontera de temperatura son:

Para la pared horizontal inferior (pared 1):

$$q_{cd_{a1}} = -q_{r1} \quad (4)$$

Para la pared vertical izquierda (pared 2):

$$T(0, y, t) = T_2 \quad (5)$$

Para la pared horizontal superior (pared 3):

$$q_{cd_{a3}} = -q_{r3} \quad (6)$$

Para la pared vertical derecha (pared 4: pared semitransparente):

$$q_{cd_g} = q_{cd_{a4}} + q_{r4} \quad (7)$$

Los flujos de calor $q_{cd_{a1}}, q_{cd_{a3}}, q_{cd_{a4}}$ representan la conducción de calor desde la superficie interior de la cavidad hacia el fluido de las paredes 1,3 y 4 respectivamente. Los flujos de calor q_{r1}, q_{r3}, q_{r4} son los flujos resultantes del intercambio radiativo neto entre las paredes, estos flujos corresponden a las paredes 1, 3 y 4. Por último, q_{cd_g} es la energía conducida a través de la pared semitransparente.

Las condiciones de frontera y las constantes del modelo de turbulencia κ - ε son: $\kappa_w = 0.0$, $\varepsilon_w = \infty$, $C_\mu = 0.09$, $C_{1\varepsilon} = 1.44$, $C_{2\varepsilon} = 1.92$, $\sigma_\kappa = 1.0$, $\sigma_\varepsilon = 1.3$ y $C_{3\varepsilon} = \tanh |v/u|$ (Sugerida por (Henkes, Van-der-Vlugt y Hoogendoorn 1991)).

Modelo Conductivo

Para calcular la distribución de temperatura al interior y al exterior de una pared semitransparente con película de control solar, se debe determinar q_{cd_g} , por tanto se considera el balance diferencial

de energía en la pared semitransparente ($L_x = 6 \text{ mm}$) mostrada en la Figura 2. La temperatura exterior T_o está en función de las condiciones climáticas ambientales y la temperatura T_i es la temperatura en el interior de la cavidad.

La ecuación de transferencia de calor a través del elemento diferencial está dada como:

$$\frac{\partial(\rho_g T_g)}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} \left[\frac{\lambda_g}{C_p} \frac{\partial T_g}{\partial x} \right] + \frac{\partial}{\partial y} \left[\frac{\lambda_g}{C_p} \frac{\partial T_g}{\partial y} \right] + \frac{1}{C_p} \frac{d\Theta}{dx} \quad (8)$$

Las condiciones de frontera para la pared semitransparente son: paredes horizontales (superior e inferior) adiabáticas y paredes verticales intercambian energía por convección y radiación hacia el exterior y convección y radiación al interior de la cavidad. Estas últimas se expresan en forma matemática como:

Para la pared vertical izquierda:

$$T_g(0, y, t) = T_f \quad (9)$$

Para la pared vertical derecha:

$$-\lambda_g \frac{\partial T_g(L_x, y, t)}{\partial x} = h_o [T_g(L_x, y, t) - T_o] + \sigma \epsilon_g [T_g(L_x, y, t)^4 - T_o^4] \quad (10)$$

donde Θ es la función de atenuación de energía por absorción y dispersión y depende del coeficiente de extinción del vidrio (s_g) como (Modest 1993):

$$\Theta(x) = G \exp[-s_g(L_x - x)] \quad (11)$$

El espesor de la película es despreciable ($\approx 6 \mu\text{m}$) comparado con el espesor del vidrio. Para determinar la temperatura (T_f) de la película de control solar se realiza un balance de energía en la película:

$$\alpha_f \tau_g G = -\lambda_g \frac{\partial T_g(0, y, t)}{\partial x} + h_i [T_f - T_i] \quad (12)$$

donde $T_f = T_g(0, y, t)$

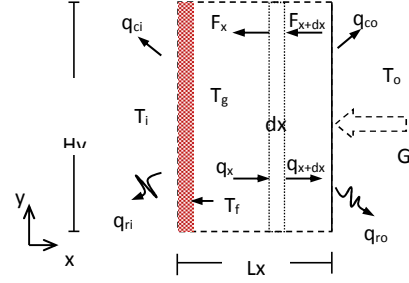


Figura 2. Modelo físico de la pared semitransparente

Modelo Radiativo

Se utiliza el método de radiación neta para evaluar el intercambio radiativo en el sistema. Se considera la transferencia de calor de la misma cavidad cuadrada de ancho H_x de modelo convectivo, tal como se muestra en la Figura 3. Las superficies de la cavidad se suponen opacas difusas y se considera que intercambian calor por radiación térmica. En esta figura se señalan un par de áreas diferenciales sobre las paredes 1 y 2 que se utilizarán como referencia en un análisis posterior.

La transferencia de calor por radiación sobre una superficie se define como la diferencia entre la radiación que sale de la pared (radiosidad) y la que llega a dicha pared (irradiancia). Por lo tanto, realizando un balance sobre el elemento diferencial dA_k , localizado en r_k sobre la pared 1 (Figura 3), se tiene el flujo de calor resultante para la pared 1:

$$q_{r_1}(x_1) = q_{o_1}(x_1) - q_{i_1}(x_1) \quad (13)$$

Donde la radiosidad (flujo radiativo de salida) se define para una superficie opaca difusa como la suma de la energía emitida y la energía reflejada por la superficie. Por lo cual la radiosidad se escribe:

$$q_{o_1}(x_1) = \epsilon_1 \sigma T_1^4(x_1) + \rho_1 q_{i_1}(x_1) \quad (14)$$

El flujo radiativo que llega a la superficie (irradiancia) se define como la suma de las fracciones de energía que salen de otras superficies y llegan a la superficie analizada. El flujo radiativo incidente sobre una superficie es:

$$q_{i_1}(x_1) = \sum_{j=1}^m \int_{A_j} q_{o_j}(x_j) dF_{dA_1-dA_j} \quad (15)$$

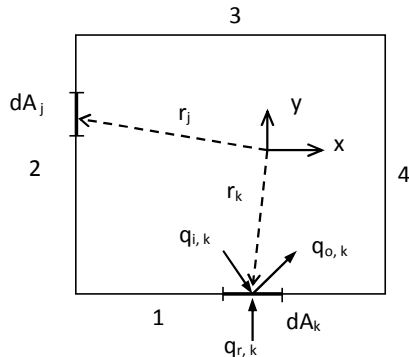


Figura 3. Geometría de la Cavidad Cuadrada

donde $q_{i,l}(x_l)$ es la radiación térmica que le llega a la pared que esta compuesta por la fracción de energía que sale de las otras paredes y que incide en la pared 1. x_l representa la posición sobre la pared 1, σ es la constante de Stefan-Boltzmann, ϵ_1 y ρ_1 son la emitancia y reflectancia, respectivamente, de la pared 1 y se suponen independientes de la temperatura. $q_{o,l}(x_l)$ es la radiosidad (flujo de salida) que se define como la razón de calor radiativo que sale de la superficie por unidad de área y $dF_{dA_1-dA_j}$ es el factor de forma. Los factores de forma para las cuatro paredes de la cavidad se reportaron previamente por (Xamán, 2004). Entonces sustituyendo la ecuación (15) en la ecuación (14) y las relaciones de los factores de forma se obtiene la radiosidad de la pared 1 como:

$$q_{o_1}(x_1) = \epsilon_1 \sigma T_1^4(x_1) + \frac{\rho_1}{2} \left\{ \int_0^{Hy} \frac{q_{o_2}(y_2) x_1 y_2}{(x_1^2 + y_2^2)^{3/2}} dy_2 + \int_0^{Hx} \frac{q_{o_3}(x_3) H_y^2}{(H_y^2 + (x_3 - x_1)^2)^{3/2}} dx_3 + \int_0^{Hy} \frac{q_{o_4}(y_4) (H_x - x_1) y_4}{(y_4^2 + (H_x - x_1)^2)^{3/2}} dy_4 \right\} \quad (16)$$

Análogamente para las paredes 2, 3 y 4 (pared semitransparente) se pueden obtener expresiones similares (Xamán, 2004).

PARÁMETROS DE COMPORTAMIENTO TÉRMICO

El número de Nusselt a través de un sistema se define como la razón de la magnitud de transferencia de calor por convección o radiación con respecto a la magnitud de la transferencia de calor que existiría en el mismo sistema por pura conducción, esto es (Oosthuizen y Naylor 1999):

$$Nu = \frac{q}{q_{cond}} \quad si \quad q = \begin{cases} q_{conv} \Rightarrow Nu_{conv} \\ q_{rad} \Rightarrow Nu_{rad} \end{cases} \quad (17)$$

donde, $q_{cond} = \lambda(T_4 - T_2)/Hx$ es la transferencia de calor por conducción a través del sistema, dada por la ley de Fourier; $q_{conv} = h(T_4 - T_2) = \lambda \frac{\partial T}{\partial x} \Big|_4$ es la transferencia de calor por convección desde la superficie 4 hacia el interior del sistema, dada por la ley de enfriamiento de Newton y q_{rad} es el flujo de calor radiativo resultante desde la superficie 4 hacia el interior sistema.

Para el efecto de la transferencia de calor total (convección y radiación) al interior del sistema se define el número de Nusselt total como:

$$Nu_{total} = Nu_{conv} + Nu_{rad} \quad (18)$$

PROCEDIMIENTO NUMÉRICO

Discretización

Las ecuaciones gobernantes del fenómeno se discretizaron en un arreglo de malla desplazada, usando la la técnica de volúmenes finitos sugerida por (Patankar 1980). Las ecuaciones gobernantes se deducen de la ecuación general de convección-difusión y se pueden representar como:

$$\frac{\partial(\rho\phi)}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_j} (\rho u_j \phi) = \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\Gamma \frac{\partial \phi}{\partial x_j} \right) + S_\phi \quad (19)$$

Cuando la ecuación anterior se integra sobre un volumen de control (Figura 4) y cada término en el balance integral se aproxima a los valores discretos de ϕ en los puntos nodales, se obtiene la ecuación algebraica para dichos puntos nodales, la cual tiene la forma siguiente:

$$a_P \phi_P^{n+1} = \sum_{nb=E,O,N,S} a_{nb} \phi_{nb}^{n+1} + b^n \quad (20)$$

donde n y nb denotan el número de iteración y el coeficiente para los puntos vecinos, respectivamente, b es el término fuente y ϕ representa el valor discreto de la variable dependiente sobre el volumen de control.

Los términos convectivos y difusivos se aproximan mediante un esquema híbrido y un esquema central, respectivamente. El acoplamiento entre las ecuaciones de conservación de masa y momento es realizado por medio del algoritmo SIMPLEC propuesto por (Van Doormaal y Raithby 1984). El sistema de ecuaciones algebraicas generadas a partir de la ecuación (15) se resuelve con el método de línea por línea (LBL) de forma alternada (ADI). La bajo-relajación se introduce por medio del falso transitorio. La convergencia global se obtiene cuando el balance de masa alcanza un valor de 10^{-10} para cada volumen de control y cuando los valores residuales de las diferentes ecuaciones son del orden de 10^{-10} . Este criterio de convergencia se realiza para asegurar una solución convergente aceptable.

Verificación del código desarrollado

Para la validación del código desarrollado se presentan los siguientes casos de verificación.

- 1.- Flujo confinado en una cavidad rectangular inclinada con flujo laminar: Convección Natural (Problema de referencia 1).
- 2.- Flujo recirculatorio en un canal con expansión brusca con flujo laminar: Convección Natural-Forzada (Problema de referencia 2).
- 3.- Flujo inyectado sobre una superficie horizontal con flujo laminar: Convección Natural-Forzada (Problema de referencia 3).

4.- Flujo confinado en una cavidad cuadrada calentada diferencialmente con flujo turbulento: Convección Natural (Problema de referencia 4).

Las comparaciones se realizaron de forma cualitativa y cuantitativa con problemas similares reportados en la literatura.

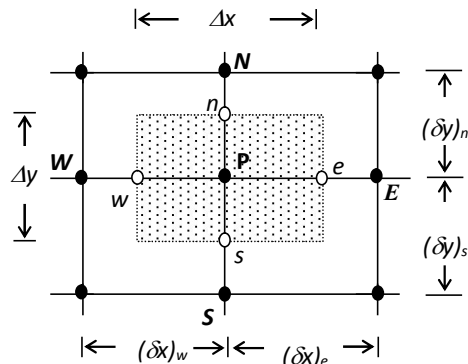


Figura 4 Volumen de control sobre una malla bidimensional

Problema de Referencia 1

Para este problema los resultados obtenidos se compararon con los resultados reportado por (Soong, y otros 1996), el cual corresponde al problema de Rayleigh-Bérnard con una razón de aspecto de 4 ($A = H_x/H_y$) y un número de Rayleigh de 10^4 . Los resultados obtenidos tienen un error máximo del 0.2% para el número de Nusselt promedio.

El modelo físico considera una cavidad rectangular de longitud H_x y altura H_y , dos paredes verticales se encuentran aisladas, el fluido es calentado y enfriado en las otras dos paredes restantes.

La comparación cuantitativa se muestra en la Tabla 1, en la cual se observa que los resultados obtenidos para los números de Nusselt promedio en la pared caliente (Nu_{hot}) y en la pared fría (Nu_{cold}) concuerdan con los reportados por (Soong, y otros 1996) en 0.2%. La Figura 5 presenta adimensionalmente las líneas de corriente, el campo de velocidad y las isotermas correspondientes para el caso de Rayleigh de 10^4 y razón de aspecto de 4.

Tabla 1 Comparación de resultados para los números de Nusselt.

$Nu_{promedio}$	(Soong, y otros 1996)	Resultados Obtenidos
Nu_{hot}	2.52234	2.52759
Nu_{cold}	2.52243	2.52726

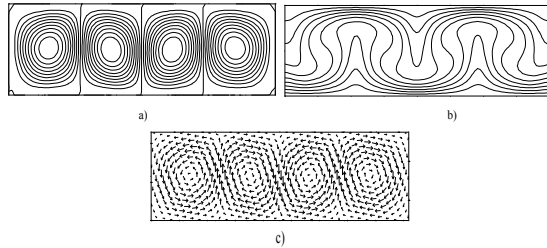


Figura 5 Resultados para el problema de Rayleigh-Bénard: (a) Líneas de corriente, (b) Isotermas y (c) Campo de velocidad.

En un estudio preliminar referente a cavidades inclinadas, en donde se reporta que la orientación de la cavidad cambia las componentes de la fuerza de flotación, fue reportado por Xamán et al. (2002). **Problema de Referencia 2**

En este caso se consideró un flujo laminar incompresible convectivo, en 2-D, dentro de un canal rectangular alargado con una expansión brusca de $(H-h)$ a (H) , como se muestra en la Figura 6. El fluido considerado fue aire.

Las condiciones de frontera en las paredes sólidas fue de no-deslizamiento, perfil parabólico de la velocidad y temperatura constante en la entrada del canal; se considera que el flujo en la salida es completamente desarrollado a una longitud de $40h$, por lo que los gradientes de las variables son nulos; la pared superior y la pared del escalón se mantienen aisladas (adiabáticas) y la pared inferior se mantiene a una temperatura constante.

Para propósitos de validación y verificación, la solución hidrodinámica se obtuvo para una razón de expansión de dos $(H/h=2)$ y un intervalo del número de Reynolds de 100 a 600.

Para la validación, los resultados se compararon con los resultados experimentales de (Armaly, y otros 1983), esta comparación se presenta en la Tabla 2. Como se puede observar en dicha Tabla, a medida que se incrementa el número de Reynolds, las diferencias entre los resultados numéricos y experimentales aumentan. Esto se debe

fundamentalmente a que los efectos tridimensionales son más significativos, así como los efectos de transición de régimen laminar a turbulento $(600 < Re < 800)$, por lo cual el modelo numérico laminar en 2-D pierde exactitud.

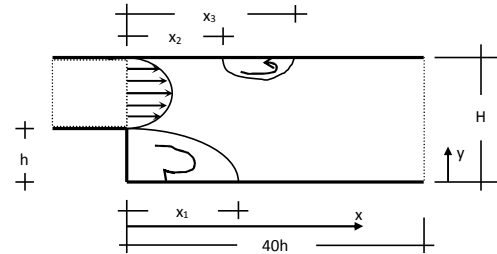


Figura 6. Canal con regiones de recirculación.

En el caso de verificación de los resultados, estos se compararon con las soluciones numéricas de (Barton 1995) y de (Sánchez 2001) para el punto de re-encuentro, x_1 , la longitud de separación, x_2 y para el punto de re-encuentro superior, x_3 (Tabla 3a-b).

Tabla 2. Comparación del punto de re-encuentro, x_1 .

Re	(Armaly, y otros 1983)	Resultados obtenidos
100	2.95	2.86 (3.05%)
350	7.60	7.44 (2.11%)
500	10.10	9.44 (6.53%)
600	11.00	10.08 (8.36%)

Nota: Los valores entre paréntesis son las diferencias absolutas porcentuales.

Un estudio detallado para el análisis de la transferencia de calor para este problema fue presentado por (Noh, y otros 2004).

Problema de Referencia 3

Para este caso, las condiciones de frontera del problema son las siguientes: i) para la entrada se supone velocidad y temperatura uniformes (V_{inlet} y T_{inlet}), ii) en el centro de la geometría se considera plano de simetría para todas las variables con excepción de la componente de la velocidad “ u ” que es nula; iii) en las salidas se considera la condición de flujo desarrollado; iv) la pared inferior, de longitud L , se mantiene a una temperatura constante (T_w) mayor que T_{inlet} . Estas

condiciones fueron utilizadas por Al-Sanea (1992), el cual es la referencia para la verificación de la solución del presente problema. La geometría para este problema se muestra en la Figura 7.

Tabla 3a. Comparación del punto de reencuentro, x_1 .

Re	(Sánchez 2001)	(Barton 1995)	Resultados obtenidos
100	2.97 (3.70%)		2.86
300		7.08 (0.85%)	7.02
350	7.65 (2.75%)		7.44
500	9.53 (0.94%)		9.44
600	10.15 (0.69%)	10.32 (2.33 %)	10.08

Nota: Los valores entre paréntesis son las diferencias absolutas porcentuales.

Tabla 3b. Comparación de los puntos: x_2 y x_3 .

Re=600		
	(Barton 1995)	Resultados obtenidos
x_2	8.26	7.98 (3.39%)
x_3	15.65	15.40 (1.60%)

Nota: Los valores entre paréntesis son las diferencias absolutas porcentuales.

Los resultados de la comparación se obtuvieron con los siguientes parámetros: Reynolds = 200, $H = 0.04$ m, $W = 0.005$ m (ancho de la boquilla sobre dos) y la longitud total del canal es de $L = 80W$. Las temperaturas en la entrada y salida de la placa son de 300 y 320 K, respectivamente.

Las Figuras 8 y 9 muestran los resultados de la comparación cualitativa, estos corresponden a los números de Nusselt locales y al coeficiente de fricción local (C_f). Se puede observar que los resultados obtenidos presentan un valor máximo del $100 \cdot C_f$ en $x = 0.83$ con un valor de 8.93, los cuales son similares a los reportados por Al-Sanea (1992). Los resultados obtenidos se encuentran a la derecha de las figuras 8 y 9, a la izquierda son los resultados de referencia. Por lo tanto, se puede concluir que se predicen resultados satisfactoriamente.

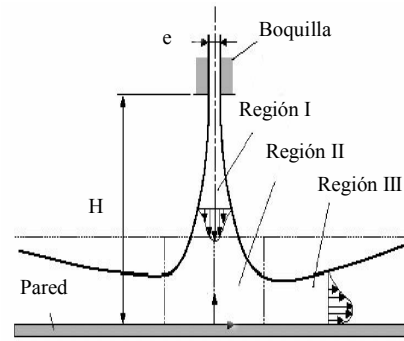


Figura 7. Geometría Rectangular para el caso de flujo inyectado.

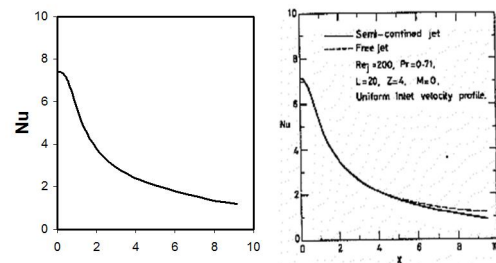


Figura 8. Número de Nusselt local en

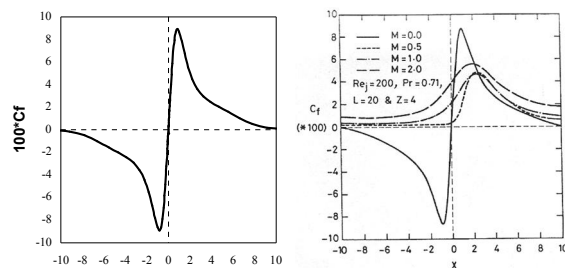


Figura 9. Variación del Coeficiente de Fricción.

Problema de Referencia 4

Para el propósito de verificación de este problema de flujo turbulento, se resolvió el problema de convección natural en una cavidad cuadrada calentada diferencialmente para diferentes números de Rayleigh (10^9 - 10^{12}). Xaman (Xamán, 2004) presentó una comparación para cavidades alargadas en su trabajo doctoral.

Los resultados de la comparación cuantitativa para un $Ra = 1 \times 10^{10}$ se muestran en la Tabla 4, los datos reportados de comparación corresponden al número de Nusselt medio y máximo (Nu_{medio} , Nu_{max}), las componentes de velocidad máximas en el centro de la cavidad (u_{max}^* , v_{max}^*) y la viscosidad turbulenta

máxima (μ_{max}^*). En general los resultados concuerdan en 3% con los resultados presentados en (Perez-Segarra, y otros 1995).

En la Figura 10 se presentan los resultados de comparación cualitativa para la componente de velocidad horizontal y la temperatura local en el centro de la cavidad. Para la componente de velocidad u se tiene una desviación máxima $\approx 5\%$, mientras que para la temperatura (T) la desviación es de aproximadamente 1%.

La comparación cuantitativa para el número de Nusselt promedio, entre el resultado obtenido y los diferentes resultados encontrados en la literatura, (Markatos y Pericleous 1984), (Henkes, Van-der-Vlugt y Hoogendoorn 1991) y (Velusamy, Sundararajan y Seetharamu 2001), se presentan en la Tabla 5, para un intervalo del número de Rayleigh de 10^9 a 10^{12} . En esta tabla se puede observar que los resultados obtenidos en el presente problema coinciden con el intervalo de los resultados de Henkes y Velusamy et al.

Tabla 4 Comparación con los resultados reportados en (Perez-Segarra, y otros 1995)

	(Perez-Segarra, y otros 1995)	Resultados obtenidos
Nu_{medio} ($x^*=0$)	137.2	133.0 (3.06%)
Nu_{max} ($x^*=0$)	428.8	426.3 (0.58%)
u_{max}^* ($x^*=0.5$)	0.0145	0.0147 (1.38%)
v_{max}^* ($y^*=0.5$)	0.1850	0.1863 (0.70%)
μ_{max}^*	28.9	28.1 (2.77%)

Nota: Los valores entre paréntesis son las diferencias absolutas porcentuales.

La desviación máxima absoluta se obtiene para un $Ra = 10^{12}$ con respecto a la solución de Henkes (5.25%), pero ésta se reduce hasta aproximadamente un 4.5% si se compara con los resultados de Velusamy (para el mismo Rayleigh). Los presentes resultados son, en general, más bajos que los resultados de Henkes, probablemente se debe a que el valor del σ_T usado en este análisis fue de 1.0 respecto al valor de 0.9 usado por Henkes.

Por otro lado, las desviaciones entre los resultados de (Markatos y Pericleous 1984) con los resultados del presente trabajo, de (Henkes, Van-der-Vlugt y Hoogendoorn 1991) y de (Velusamy, Sundararajan y Seetharamu 2001), se considera que se deben a que (Markatos y Pericleous 1984) usaron funciones de pared como condiciones de frontera para el modelo de turbulencia, mientras que en los demás estudios no se usaron.

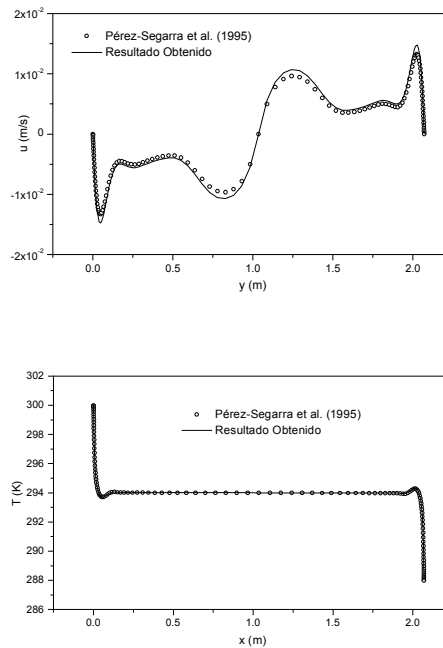


Figura 10. Comparación de $u(x=Hx/2)y$

Tabla 5 Comparación del Nusselt promedio con resultados de la literatura.

Ra	(Markatos y Pericleous 1984)	(Henkes, Van-der-Vlugt y Hoogendoorn 1991)	(Velusamy, Sundararajan y Seetharamu 2001)	Resultados obtenidos
10^9	74.96	58.51	57.97	58.86 (0.60%)
10^{10}	159.89	137.5	130.14	133.04 (3.24%)
10^{11}	341.05	320.96	296.33	308.83 (3.78%)
10^{12}	727.47	744.68	675.75	705.60 (5.25%)

Nota: Los valores entre () son las diferencias absolutas en % con respecto a la solución de Henkes.

Los resultados de la comparación de la transferencia de calor convectiva entre este trabajo y los mencionados previamente, se puede decir que

el código numérico desarrollado presenta resultados satisfactorios.

RESULTADOS Y DISCUSIONES

Después de realizar la comparación para la convección natural con flujo turbulento en una cavidad calentada diferencialmente, se resolvió el problema para la transferencia de calor conjugada en una cavidad cuadrada con una pared semitransparente, con y sin película de control solar e intercambio radiativo entre las paredes en el interior de la cavidad. Las longitudes de la cavidad consideradas fueron: 6.98 (número de Rayleigh, $Ra=10^{12}$), 3.24 ($Ra=10^{11}$), 1.50 ($Ra=10^{10}$) y 0.70 m ($Ra=10^9$). Se considera que la radiación solar que incide en forma normal sobre la pared semitransparente (vidrio) tiene un valor constante de AM2 (750 W/m^2). El espesor del vidrio fue considerado de 6 mm con un recubrimiento SnS-Cu_xS cuyas propiedades fueron reportadas por (Nair y Nair 1991). La temperatura de la pared fría T_2 se considera a 21°C (294 K). El coeficiente de transferencia de calor por convección al exterior de la cavidad se consideró de $6.8 \text{ W/m}^2\text{K}$ para una velocidad de 3 m/s a una temperatura ambiente de 35°C (308 K).

Para fines de discusión de resultados sólo se presenta el caso para una cavidad 6.98 m de longitud (se considera el caso extremo del flujo). También se anexan los resultados de las otras longitudes de la cavidad en forma tabular.

Resultados de perfiles de flujo

En la Figura 11 se puede observar la variación local de la temperatura en la pared semitransparente con y sin recubrimiento de control solar, caso 1 (VCCO) y 2 (VSCO), respectivamente. Para el caso 1 se alcanza una mayor temperatura en la superficie interior que en la exterior debido a la absorptancia ($\alpha=0.57$) de la película de control solar, la cual se encuentra adherida en la superficie interior de la pared semitransparente. Por el contrario al caso 2, para la pared semitransparente sin recubrimiento de control solar, la temperatura exterior obtenida es ligeramente menor que la temperatura interior de la pared, debido a su baja absorptancia ($\alpha=0.12$) La variación vertical de las temperaturas interior y exterior en la pared semitransparente fue de

aproximadamente 6°C para el caso 1 y 2°C para el caso 2. La diferencia de temperatura media a través de la pared semitransparente para los casos 1 y 2 fue de 1.07°C y 0.04°C , respectivamente. La temperatura media alcanzada en la pared semitransparente con control solar (caso 1) fue de 59°C y con pared semitransparente sin control solar (caso 2) fue de 38.5°C .

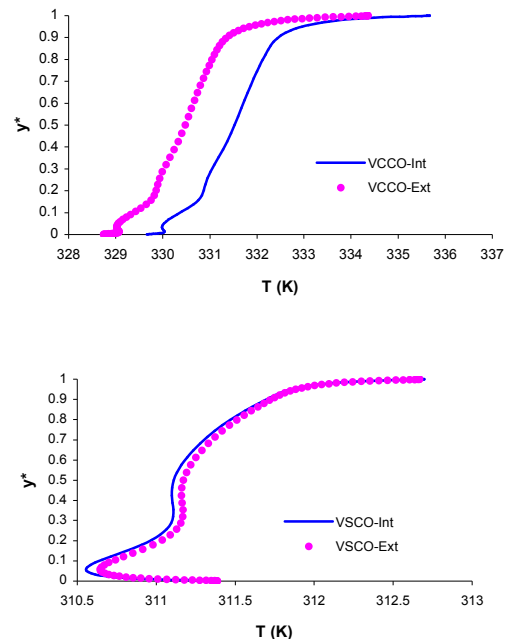


Figura 11 Variación de la temperatura interior y exterior a lo largo de la pared semitransparente: con control solar (VCCO) y sin control solar (VSCO).

Del análisis se observa que de los 6°C de variación que tiene la pared semitransparente del caso 1, 3°C se encuentran en la parte superior de la pared (arriba de $y^* = 0.9$) y los otros 3°C se distribuyen en forma gradual hacia la parte inferior de la pared (desde $y^* = 0$ hasta $y^* = 0.9$). Este 50% de variación de temperatura en la parte superior, contribuye a que el fluido que se encuentra en el interior de la cavidad por debajo de esta altura ($y^* < 0.9$), este sub-enfriado, formando una zona de mezclado en esta parte superior. En el caso de la cavidad con pared semitransparente sin control solar (caso 2), se observa de la Figura 11, que de los 2°C de variación de temperatura en el interior de la superficie del vidrio, aproximadamente 1°C se encuentra en la parte más baja de la pared ($y^* < 0.1$) y el otro grado restante se distribuye hacia lo alto de la pared ($y^* > 0.1$). Similar al caso 1, el fluido se mezcla en la zona inferior de la cavidad.

En la Figura 12 se pueden observar los perfiles de temperatura en la posición central de la cavidad, se muestra que los gradientes de temperaturas horizontales son nulos en aproximadamente un 60% del ancho de la cavidad, evitando el movimiento vertical del fluido y creando estratificación en el fluido en ambos casos analizados. La temperatura alcanzada para el caso 1 (VCCO) fue mayor que para el caso 2 (VSCO), esto fue debido a que en el caso 2, la pared semitransparente absorbió mayor cantidad de energía debido a la película de control solar.

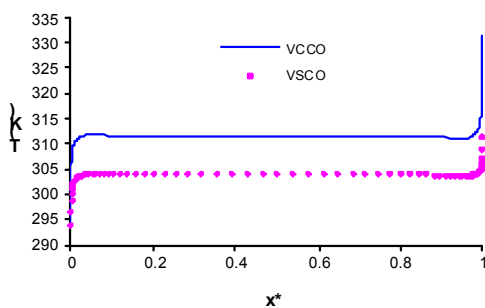


Figura 12 Perfil de temperatura en el centro ($y^*=0.5$) de la cavidad para el caso 1 y 2.

En la Figura 13 se presentan las líneas de corriente, las isotermas y la viscosidad turbulenta para los casos 1 y 2. En esta figura, las líneas de corriente muestran que el fluido se estratifica en ciertas zonas de la región central de la cavidad. Para el caso 1 se

puede observar que el fluido se confina en la parte superior de la cavidad, mientras, que para el caso 2 el fluido se confina en la zona más baja de la cavidad; las isotermas presentan un gradiente horizontal casi nulo en aproximadamente un 60% del ancho de la cavidad, lo cual evita el movimiento vertical del flujo en esta región. La viscosidad turbulenta indica que los mayores niveles de turbulencia se presentan en las zonas cercanas a las paredes verticales.

En la Tabla 6 se presenta los resultados del cálculo de los flujos de calor promedios para cada uno de los casos en estudio; q_τ = flujo de calor transmitido al interior, q_α = flujo de calor absorbido por el sistema, q_ρ = flujo de calor reflejado al exterior, q_i = flujo de calor al interior por convección y radiación, q_o = flujo de calor al exterior por convección y radiación, q_i+q_τ = flujo de calor total al interior, q_o+q_ρ = flujo de calor total al exterior y q_{Total} = flujo de calor total para el caso A y B. Se puede observar que la diferencia porcentual absoluta del flujo de calor total fue del 0.026% para el caso A y del 0.036% para el caso B con respecto a la irradiación solar. Lo anterior indica que se cumple satisfactoriamente el balance de energía.

Como se puede notar en la Tabla 6, el flujo de calor total (331.44 W/m^2) al interior de la cavidad con pared semitransparente con control solar (Caso 1) es menor que en el Caso B cuando no se usa control solar en pared semitransparente, 646.24 W/m^2 .

Tabla 6 Flujos de calor promedio para el sistema vidrio con y sin control solar.

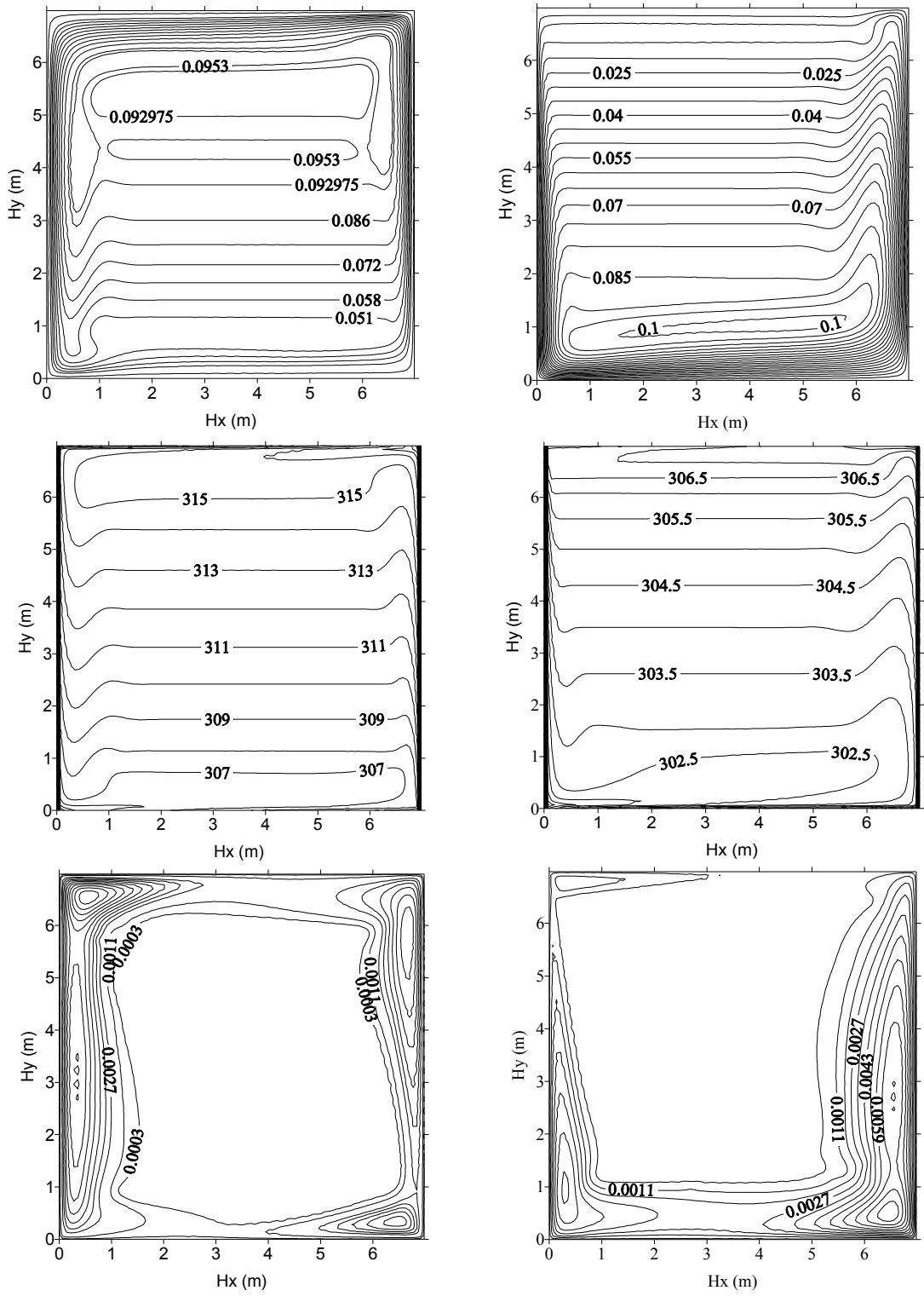
Caso	q_τ (W/m^2)	q_α (W/m^2)	q_ρ (W/m^2)	q_i (W/m^2)	q_o (W/m^2)	q_i+q_τ (W/m^2)	q_o+q_ρ (W/m^2)	q_{Total} (W/m^2)	G (W/m^2)
1	137.29	492.49	120	194.15	298.36	331.44	418.36	749.80	750
2	585.12	104.61	60	61.12	43.49	646.24	103.49	749.73	750

Nota: Los valores de las desviaciones son las diferencias absolutas en %.

Resultados de números de Nusselt

La Figura 14 muestra los coeficientes de transferencia de calor promedios que fueron calculados como función del número del Rayleigh

para los Casos 1 y 2. En esta figura, para cada uno de los casos se presentan tres curvas, la correspondiente para el número de Nusselt radiativo, el número de Nusselt convectivo y el número de Nusselt total. Para el caso 1, se observa



Caso 1

Caso 2

Figura 13 Líneas de corriente (m^2/s), isotermas (K) y viscosidad turbulenta ($kg/m.s$) (de arriba hacia abajo respectivamente) para el caso 1 y 2 ($H_x = 6.982m$).

que la contribución radiativa es de aproximadamente un 39% para todo el intervalo del número de Rayleigh analizado, mientras que para el caso 2, el efecto radiativo sobre el número de Nusselt total es de aproximadamente un 50%. Estas contribuciones radiativas muestran la importancia de incluir el efecto radiativo en el estudio de la transferencia de calor en una cavidad con flujo turbulento y que no debería despreciarse, como mencionan algunos autores en la literatura.

Realizando aproximaciones por mínimos cuadrados se pueden obtener las siguientes correlaciones del número de Nusselt para los Casos 1 y 2:

Caso 1 (VCCO)

$$Nu_{conv} = 0.0716Ra^{0.338} \tag{21}$$

$$Nu_{rad} = 0.0505Ra^{0.3344} \tag{22}$$

$$Nu_{total} = 0.1219Ra^{0.3366} \tag{23}$$

Caso 2 (VSCO)

$$Nu_{conv} = 0.0395Ra^{0.3419} \tag{24}$$

$$Nu_{rad} = 0.0498Ra^{0.3307} \tag{25}$$

$$Nu_{total} = 0.0884Ra^{0.3365} \tag{26}$$

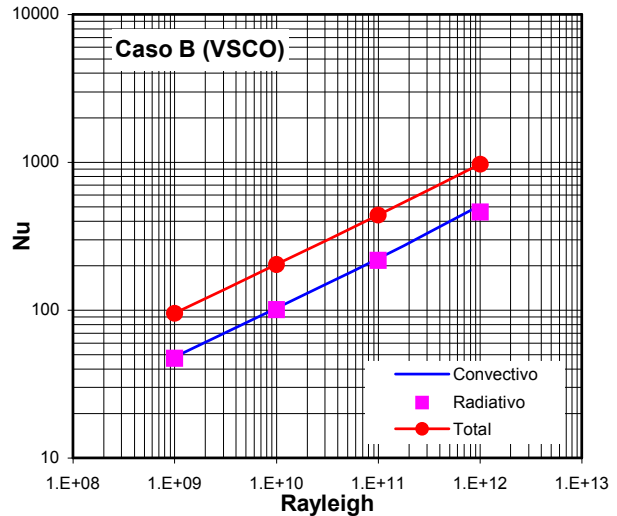
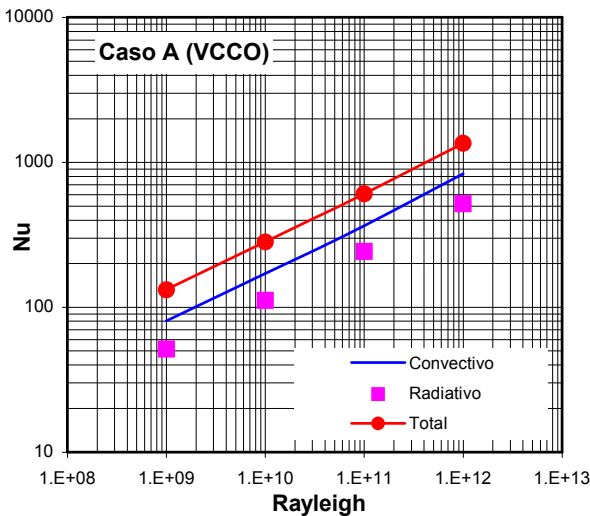


Figura 14 Número de Nusselt promedio para Ra de 10⁹ a 10¹².

CONCLUSIONES

Se resolvió numéricamente la transferencia de calor con flujos laminares y turbulentos usando la formulación de volumen finito en geometrías rectangulares.

Los resultados obtenidos para los problemas de verificación se contrastados con resultados numéricos reportados en la literatura, encontrándose concordancia con éstos.

Se encontró que el caso de la cavidad con una pared semitransparente con control óptico

(Caso 1) permite pasar menos flujo de calor total (331.44 W/m²) al interior de la cavidad que cuando no se usa control solar en pared semitransparente (646.24 W/m² (Caso 2)) para un Ra = 10¹².

Se propusieron las relaciones para determinar los coeficientes de transferencia de calor para las cavidades cuadradas con pared semitransparente con y sin control solar, en las cuales se considera la transferencia de calor conjugada.

Bibliografía

- Álvarez, G., y C. Estrada. «Numerical Heat Transfer in a Cavity with a Solar Control Coating Deposited to a Vertical Semitransparent Wall.» *Int. J. Numerical Meth. Fluids* (Elsevier) 34 (2000): 585-607,.
- Al-Sanea, S. «A numerical study of the flow and heat transfer characteristics of an impinging laminar slot-jet including crossflow effects.» *Int. J. Heat Mass Transfer* 35 (1992): 2501-2513.
- Armaly, F., F. Durst, J. Pereira, y B. Schonung. «Experimental and Theoretical Investigation of Backward-Facing Step Flow.» *J. Fluid Mech.* 127 (1983): 473-496.
- Barton, I.E. «A numerical study of flow over a confined backward-facing step.» *Int. Num. Meth. Fluids* 21 (1995): 653-665.
- Behnia, M., J. Rizes, y G. De Vahl Davis. «Combined Radiation and Natural Convection in a Cavity with a Transparent Wall and Containing a Non-Participant Fluid.» *Int. J. Numerical Meth. Fluids* 10 (1990): 305-3225.
- Grimmer, D., R. McFarland, y J. Balcomb. «Initial Experiments Tests on the Use of Small Passive-Solar Test-Boxes to Model the Thermal Performance of Passively Solar-Heated Building Designs.» *Solar Energy* 22 (1979): 351-354.
- Henkes, R., F. Van-der-Vlugt, y C. Hoogendoorn. «Natural convection flow in a square cavity calculated with low-Reynolds-number turbulence models.» *Int. J. Heat Mass Transfer* 34 (1991): 377-388.
- Joudi, A., H. Svedung, M. Cehlin, y M. Ronnelid. «Reflective coatings for interior and exterior of buildings and improving thermal performance.» *Applied Energy* 103 (2013): 562-570.
- Kurtbaz, D., y D. Aydin. «Unsteady heat transfer by natural convection in the cavity of a passive heating room.» *International Journal of Thermal Sciences* 47 (2008): 1026-1042.
- Markatos, N., y N. Pericleous. «Laminar and turbulent natural convection in a enclosed cavity.» *Int. J. Heat Mass Transfer* 27 (1984): 755-772.
- Martyushev, S.G., y M.A. Sheremet. «Conjugate natural convection combined with surface thermal radiation in an air filled cavity with internal heat source.» *International Journal of Thermal Sciences* 76 (2014): 51-67.
- Modest, M. *Radiative Heat Transfer*. USA: Mc Graw-Hill, 1993.
- Mohamed, B. *A computational study of flow in mechanically ventilated space*. Cairo: Master of Science Thesis, Cairo University, 1998.
- Nair, M.T.S., y P.K. Nair . «Thin film combination: A desirable solar control coating for architectural and automobile glazings.» *J. Phys. D: Appl. Phys.* 24 (1991): 450-453.
- Noh, F., J. Xamán, G. Álvarez, y L. Lira. «Solución numérica para el flujo laminar en un canal con expansión brusca.» *Revista de la Sociedad Mexicana de Ingeniería Mecánica (SOMIM)* 1 (2004): 175-181.
- Noh-Pat, F., J. Xamán, G. Álvarez, M. Gijón-Rivera, I. Hernández-Pérez, y J. Arce. «Unsteady-RANS simulation of conjugate heat transfer in a cavity with a vertical semitransparent wall.» *Computer and Fluids* 117 (2015): 183-195.
- Oosthuizen, P.H., y D. Naylor. *An introduction to convective heat transfer analysis*. London: WCB/McGraw Hill, 1999.
- Patankar, S. *Numerical heat transfer and fluid flow*. Washington: Hemisphere Publishing, 1980.
- Pérez-Lombard, L., C. Ortiz, y C. Pout. «A review on buildings energy consumption information. Energy and Buildings.» *Energy and Building* 40 (2008): 394-398.

- Perez-Segarra, C, A. Oliva, M. Costa, y F. Escanes. «Numerical experiments in turbulent natural and mixed convection in internal flows.» *Int. Num. Meth Heat Fluid Flow* 5 (1995): 13-33.
- Pope, S. *Turbulent Flows*. Cambridge: Cambridge University Press, 2000.
- Ramey, M. *Application of computational fluid dynamics to indoor room air flow*. Oklahoma: Master of Science Thesis, Oklahoma University, 1994.
- Sánchez, V. *Resolución numérica de casos Benchmark de transferencia de calor y dinámica de fluidos*. Universidad Politécnica de Catalunya, Catalunya: UPC, 2001.
- Shaviv, E. «The performance of a passive house with window sunspace systems.» *Energy and Buildin* 7 (1984): 315-334.
- Soong, C., P. Tzeng, D. Chiang, y T. Sheu. «Numerical study on mode-transition of natural convection in differentially heated inclined enclosures.» *Int. J. Heat Mass Transfer* (Elsevier) 39 (1996): 2869-2882.
- Straw, M. *Computation and measurement of wind induced ventilation*. Nottingham: Doctoral Thesis, Nottingham University, 2000.
- Van Doormaal, J., y G. Raithby. «Enhancements of the SIMPLE method for predicting incompressible fluid flow.» *Numerical Heat Transfer* 7 (1984): 147-163.
- Velusamy, K., T. Sundararajan, y K. Seetharamu. «Interaction effects between surface radiation and turbulent natural convection in square and rectangular enclosures.» *J. Heat Transfer* 123 (2001): 1062-1070.
- Xamán, J., G. Álvarez, L. Lira, y C. Estrada. «Numerical study of heat transfer by laminar and turbulent natural convection in tall cavities of façade elements.» *Energy and Buildings*, 2005: 787-794.
- Xamán, J. *Estudio de la transferencia de calor con flujo turbulento en una cavidad cuadrada con pared semitransparente*. Tesis Doctoral, Cuernavaca: Cenedet Press, 2004.
- Xamán, J., G. Álvarez, F. Hinojosa, L. Lira, y C. Estrada. «Numerical study of tilted slender cavities.» *World Renewable Energy Congress-VII*. Alemania: WREC, 2002. 310.
- Xamán, J., G. Álvarez, Y. Chávez, J.O. Aguilar, y J. Arce. «Average air temperature inside a room with a semitransparent wall with a solar control film: Effect of the emissivity.» *Journal of Applied Research Technology* 10 (2012): 327-339.
- Xamán, J., y G. Álvarez. «Effect of heat conduction of SnS-CuxS solar control coated semitransparent wall on turbulent natural convection in a square cavity.» *Numerical Heat Transfer, Part A: Applications* 50 (2006): 79-98.
- Xamán, J., Y. Zavala-Guillén, J.O. Aguilar, G. Álvarez, y C. López-Mata. «Conjugate heat transfer in a room with a laminated glazing with CuS or CuS-Cu₂-xSe.» *Solar Energy* 105 (2014): 36-47.
- Yang, L., H. Yan, y J.C. Lam. «Thermal comfort and building energy consumption implications. » *Applied Energy* 115 (2014): 164-173.

