

ANÁLISIS NUMÉRICO DE LA DINÁMICA DE FLUJO DENTRO DE UN CANAL CON SUPERFICIES EXTENDIDAS

Hernández Gutiérrez Isabel Virginia, Barbosa Saldaña Juan Gabriel,
Jiménez Bernal José Alfredo, Abugaber Francis Juan, Tolentino Eslava Guilibaldo

Instituto Politécnico Nacional ESIME-Zacatenco
Sección de Estudios de Posgrado e Investigación, LABINTHAP.
Av. IPN s/n, UPALM Edif. 5, 3er piso, C.P. 07738 México, D.F.
jbarbosas@ipn.mx

RESUMEN

Se realizó la simulación numérica para flujo de aire a través de un canal con 1 y 3 aletas en estado estacionario y régimen laminar en dos dimensiones, mediante un código numérico en la plataforma Matlab ®. La técnica de los volúmenes finitos se aplica para discretizar las ecuaciones de conservación de masa y momento y el algoritmo SIMPLE se utiliza en el acoplamiento de la distribución de presiones y el campo de velocidades dentro del dominio computacional. El análisis se da para un número de Reynolds $Re=100$ y $Re=200$. En este trabajo se presentan las estructuras de flujo y se dimensionan las zonas de recirculación adyacentes a las aletas, asimismo, se encuentra que con tres aletas las zonas de recirculación crecen en tamaño horizontal a medida que se avanza en la dirección axial del flujo.

Palabras claves: Simulación numérica_canal con aleta_flujo laminar_bidimensional

INTRODUCCIÓN

El comportamiento hidrodinámico del flujo sobre un obstáculo ha sido un fenómeno de estudio que ha tomado relevancia en las últimas décadas. Para tal efecto se han conducido una gran cantidad de estudios que se refieren al estudio numérico y experimental del flujo que pasa sobre un escalón (BFS- Backward Facing Step) o el flujo que encuentra un escalón (FFS- Forward Facing Step). En ambos fenómenos la medición del tamaño de las zonas de recirculación que se forman tanto previa y posteriormente es el tema central de los estudios. Uno de los primeros trabajos que experimentalmente abordó el tema para régimen laminar y flujo subsónico es el de Goldstein (Goldstein et al, 1970) en el cuál concluyen que el tamaño de la zona de recirculación posterior al bloque (escalón) depende del espesor de desplazamiento de la capa límite y del número

de Reynolds. Es a finales del siglo anterior con el desarrollo de las técnicas de visualización y de los equipos de cómputo que diversos grupos de investigación destinan esfuerzos para el estudio del fenómeno hidrodinámico en canales con bloques o escalones. La motivación de los diversos estudios radica en que a pesar de la simplicidad de la geometría del problema la hidrodinámica del flujo es compleja aunado a la gran cantidad de aplicaciones en los que éstos fenómenos se presentan. La diversidad de los estudios va desde la disposición geométrica, la relación de aspecto de la altura del escalón con respecto al ancho del canal y la orientación del ducto, así como el considerar también los aspectos de la transferencia de calor (Armaly et al 1983; Biswas et al 2004; Blackwell and Pepper 1992; Durst et al 1993).

Por mencionar algunos ejemplos y/o aplicaciones donde se manifiestan estos fenómenos se tienen, difusores, flujo en ríos,

flujo de aire sobre colinas y/o edificios, cámaras de mezclado, etc. En algunos casos la separación del fluido se da de forma natural, mientras que en otros es inducida para mejorar el mezclado como puede suceder en el frente de flama en una cámara de combustión o inclusive para mejorar las condiciones de transferencia de calor en intercambiadores de calor (Armaly et al 1983; Blackwell & Pepper 1992; Stüer et al 1999).

En el presente trabajo se muestran los resultados del estudio numérico del comportamiento del flujo de aire a través de un canal horizontal con una y tres aletas. A conocimiento de los autores este tipo de análisis no tiene una amplia difusión ya que principalmente los estudios encontrados insertan obstáculos que resultan en una relación de bloqueo de área de flujo libre menor al 50% y no consideran la inserción de más bloques ni tampoco consideran la disposición geométrica de alternancia que en este trabajo se analiza.

ECUACIONES FUNDAMENTALES

Las ecuaciones que gobiernan el comportamiento del flujo de un fluido newtoniano en estado estacionario y régimen laminar para flujo incompresible en dos dimensiones se expresan de la siguiente forma: (Griebel et al, 1998)

Ecuación de conservación de la masa

$$\text{div}(\mathbf{U}) = 0 \quad (1)$$

Ecuación de conservación de momento

$$(\mathbf{U} \cdot \text{grad})\mathbf{U} = -\frac{1}{\rho} \text{grad } p + \frac{\mu}{\rho} \Delta \mathbf{U} + \vec{g} \quad (2)$$

Las condiciones de frontera impuestas son las siguientes:

En $x=0$, Perfil de velocidad plano $u = U_{\infty}$, & $v = 0$

En $x=L$, condiciones naturales de flujo completamente desarrollado:

$$\left. \frac{\partial \vartheta}{\partial x} \right|_{x=L} \quad \text{donde } \vartheta = u, v, p$$

En las paredes sólidas se considera la condición de no-deslizamiento.

PROCEDIMIENTO NUMÉRICO

Se desarrolló un código en Matlab[®] para la solución numérica de los problemas de flujo en un canal horizontal con una (figura 1) y tres aletas adyacentes a sus paredes (figura 5). La técnica de discretización utilizada fue la de los volúmenes finitos la cual consiste en la integración formal de las ecuaciones que gobiernan el flujo de fluidos sobre cada volumen de control (VC) del dominio computacional y debido a que por su construcción es una técnica conservativa se adecua perfectamente a los principios de conservación de masa y momento que rigen el fenómeno de flujo de fluidos. La discretización implica la sustitución de una variedad de aproximaciones para los términos en la ecuación integral que representan los mecanismos de convección, difusión, sumideros y/o fuentes para cada VC. Con este paso, se convierten las ecuaciones integrales en sistemas de ecuaciones algebraicos, y que finalmente involucran un sistema lineal de ecuaciones que se resuelve por medio de un proceso iterativo. El algoritmo SIMPLE (Semi-Implicit Method for Pressure-Linked), es utilizado para acoplar los campos de velocidades y presión. En esencia, éste calcula los campos de velocidad u y v suponiendo una distribución de presiones inicial, para posteriormente corregir dicha presión y recalcular las velocidades hasta que se satisface la ecuación de continuidad (Patankar, 1980).

Para la solución del sistema de ecuaciones que se forma al establecer la ecuación de momento para cada nodo, se hace uso del algoritmo de Thomas o TDMA (Hoffman, 2001). Este algoritmo se implementa en una modalidad de línea por línea en cada dirección para acelerar la razón de difusión de la información numérica durante el procedimiento numérico (Versteeg y Malalasekera, 2007). La convergencia de la solución se declara cuando los residuos normalizados para la presión y para las componentes de la velocidad alcanzan un orden de magnitud menor a 1×10^{-6} .

Validación numérica

El problema que se quiere estudiar en el presente trabajo es el flujo en un ducto horizontal con una y tres aletas distribuidas a lo largo de la posición axial. Este problema puede considerarse como el de un flujo que se separa y adjunta debido a los diferentes cambios en el área transversal por la que pasa el fluido. El fenómeno de expansión y contracción ha sido ampliamente tratado como el caso del BFS (escalón hacia atrás) y el FFS (escalón al frente) respectivamente, los cuales son problemas tipo en el área de la Dinámica de Fluidos Computacionales (CFD). En este caso, la diferencia entre ambos casos es la posición que guarda el obstáculo o bloque en el canal, en el primer caso el bloque está en la entrada del ducto, mientras que para el FFS se encuentra a la salida del canal. Asimismo, el problema de las aletas se puede considerar como el de un bloque ubicado en la parte central en la dirección axial, y si la técnica numérica para simular un BFS y un FFS es validada, entonces el procedimiento numérico para una o varias aletas también se puede considerar como válido.

Con este fin, se muestran la comparación de los resultados del BFS y el FFS obtenidos con el programa desarrollado para la presente investigación y los resultados publicados en la literatura para el mismo problema como se describe a detalle en las siguientes secciones.

Escalón hacia Atrás (BFS).- La geometría que se utilizó para el presente proceso de validación corresponde a la geometría propuesta en los estudios de Armaly et al., (1983), Nie y Armaly (2003), Barbosa (2005) y Zamora et al. (2013). La longitud de la recirculación en la dirección axial que se forma adyacente al escalón, es el valor que se comparó con los resultados de los autores mencionados, y corresponde a la longitud medida a partir del escalón hasta el punto donde el esfuerzo cortante sobre la pared horizontal se hace cero ($\tau = 0$). Esta longitud es definida como longitud de separación o longitud de re-adherencia y el punto que la delimita se conoce como punto de readherencia (Xr/s).

En la tabla 1 se presentan los resultados obtenidos de la longitud de re-adherencia para

diferentes Reynolds, así como el error numérico relativo porcentual obtenido. Se debe tener en cuenta que Armaly y Barbosa evalúan el caso en 3 dimensiones y los resultados con los que se hace la comparación se toman del plano central en la coordenada z.

Escalón hacia delante (FFS).- Para el caso del problema del FFS el dominio computacional a considerar es similar al propuesto por Barbosa et al. (2007). En este caso se considera la recirculación que se forma previa al escalón, mostrándose los resultados de la comparación en la tabla 2. De las tablas 1 y 2 se infiere que los errores obtenidos son aceptables y por lo tanto el uso de la herramienta desarrollada es adecuado para el caso de estudio propuesto.

Con la finalidad de darle mayor claridad a los resultados, se llevó a cabo un estudio de independencia de malla utilizando como valor característico la longitud de la zona de recirculación que se forma en la expansión (posterior a la aleta), para un $Re=200$ y utilizando la geometría que se muestra en la figura 1. Los resultados de independencia de malla se resumen en la Tabla 3.

En base a los resultados de la tabla 3, se determinó trabajar con la malla 480:60 ya que el valor del error al compararse con una de mayor densidad es mínimo, y el tiempo de computo se ve considerablemente disminuido. Las últimas tres mallas no fueron consideradas, a pesar de presentar un error menor a 5%, debido a que siendo el eje x la dirección del flujo principal y siendo de interés el comportamiento del mismo a través de la longitud del canal, el número de volúmenes de control en los dos primeros casos es el doble, por lo que se tendrá un mayor número de nodos en donde considerar la información numérica.

Una vez descritos los procesos de validación e independencia de malla a continuación se procede a discutir los resultados para el flujo en un ducto horizontal con una y tres aletas para un número de Reynolds $Re=100$ y 200 .

Tabla 1. Validación del código para un BFS.

	Xr/s					
	Re=50		Re=100		Re=200	
	Valor obtenido	Error relativo (%)	Valor obtenido	Error relativo (%)	Valor obtenido	Error relativo (%)
Armaly (et al. 1983)	≈ 3	-	≈ 5	-	≈ 7.9	-
Trabajo Actual	≈ 2.95	1.6	≈ 4.94	1.2	≈ 7.72	2.2
Armaly (et al. 2003)	≈ 3	-	≈ 4.8	-	-	-
Trabajo Actual	≈ 2.84	5.3	≈ 4.54	5.41	-	-
Barbosa (2005)]	≈ 3	-	≈ 5	-	≈ 7.3	-
Trabajo Actual	≈ 2.95	1.66	≈ 4.94	1.2	≈ 7.72	5.75
Zamora (et al. 2013)	≈ 2.94	-	≈ 4.64	-	≈ 6.67	-
Trabajo Actual	≈ 2.84	3.4	≈ 4.54	2.1	≈ 6.73	0.8

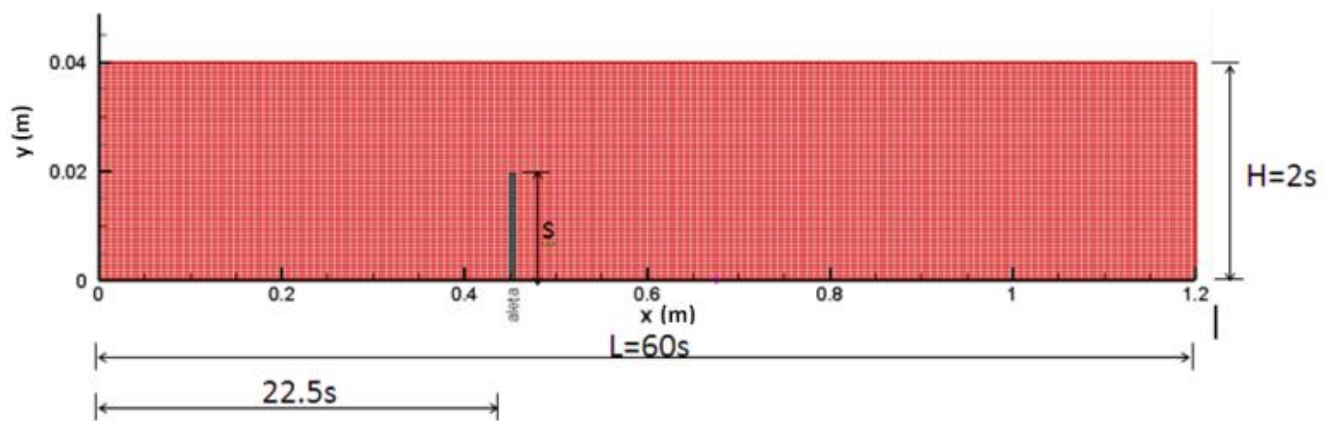


Figura 1. Dominio Computacional y Malla (480:60) para el problema de una aleta

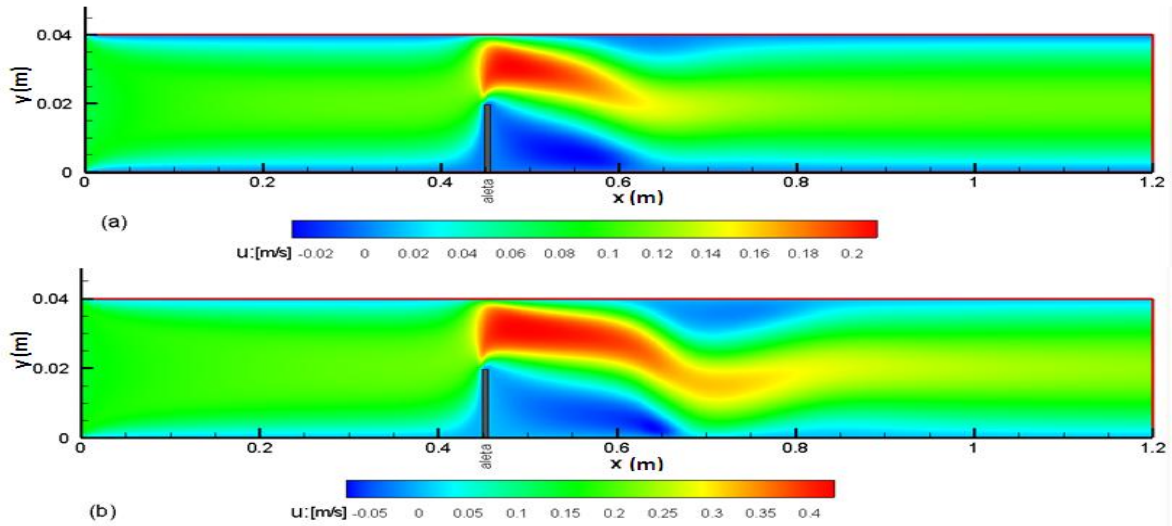


Figura 2. Distribución de velocidad en u para (a) $Re=100$ y (b) $Re=200$

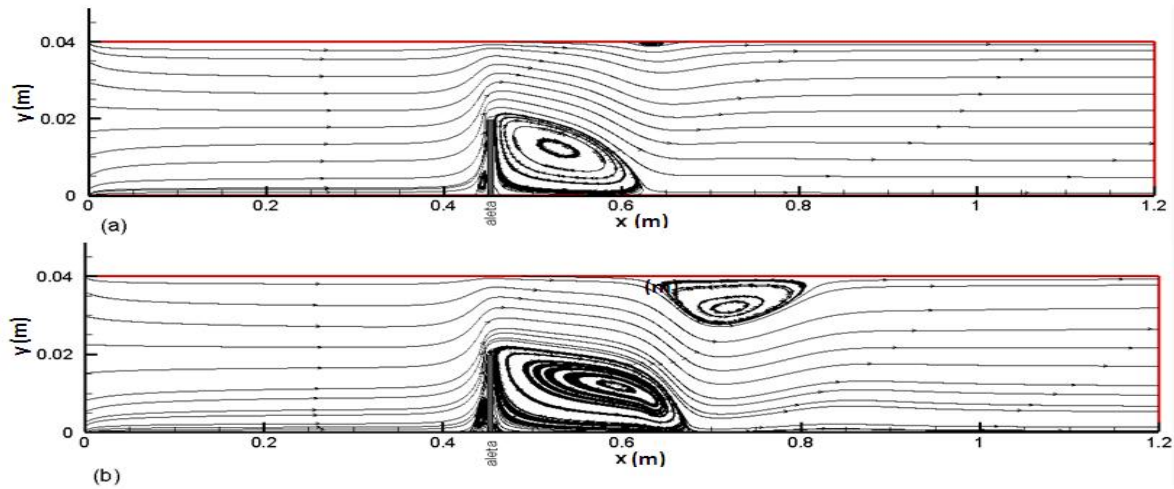


Figura 3. Líneas de corriente para (a) $Re=100$ y (b) $Re=200$

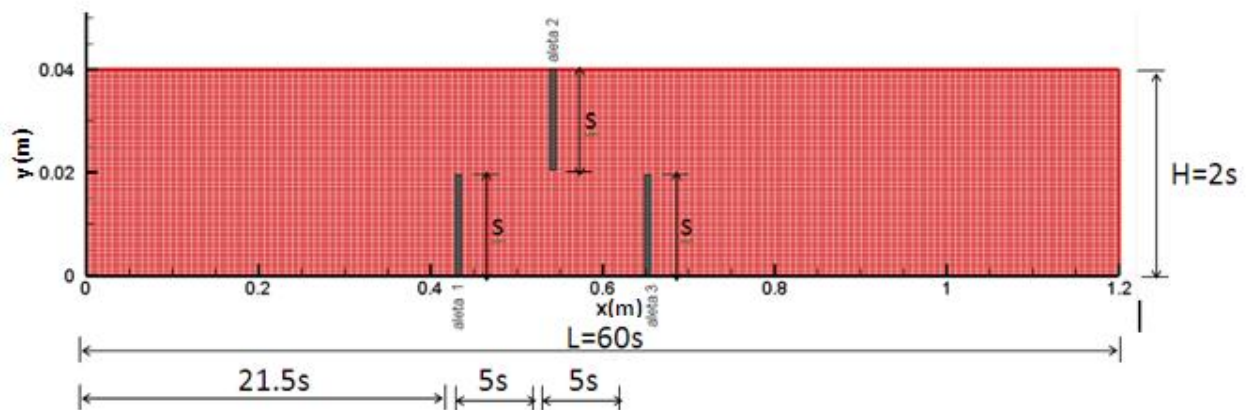


Figura 5. Dominio Computacional y Malla (480:60) para el problema de 3 aletas

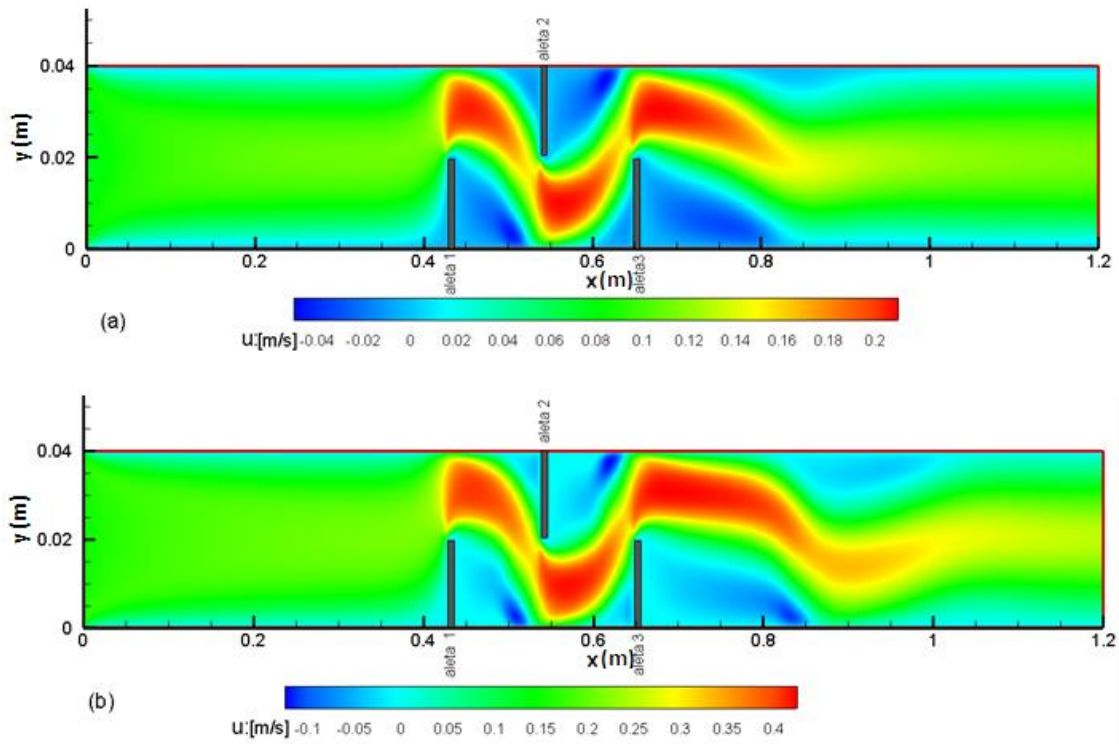


Figura 6. Distribución de velocidad en u para (a) $Re=100$ y (b) $Re=200$

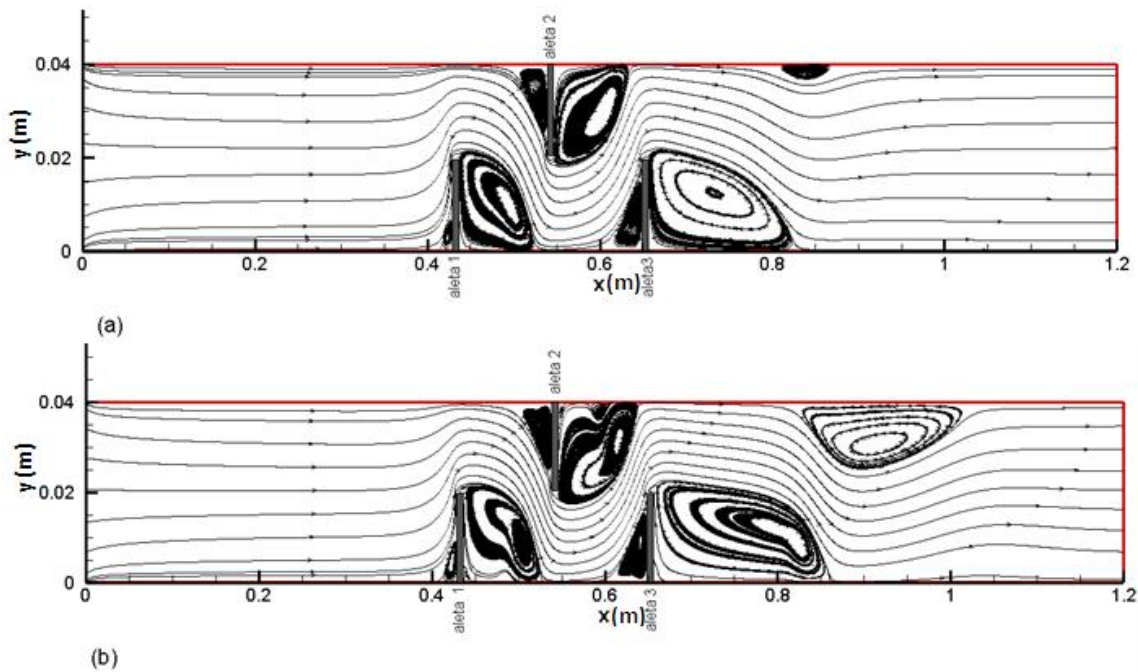


Figura 7. Líneas de corriente para (a) $Re=100$ y (b) $Re=200$

Tabla 2. Validación del código para un FFS.

	Xr/s			
	Re=200		Re=800	
	Valor obtenido	Error relativo (%)	Valor obtenido	Error relativo (%)
Barbosa (2005)	≈ 1.2	-	≈ 1.8	-
Trabajo Actual	≈ 1.18	1.6	≈ 1.8	0

Tabla 3. Estudio de Independencia de Malla

nx:ny	Xr/s	Error relativo (%)
480:80	10.800	-
480:60	10.685	1.06
480:40	10.55	2.31
240:100	10.35	4.16
240:60	10.35	4.16
240:40	10.35	4.16

RESULTADOS

Con las dimensiones mostradas en la figura 1, se evalúan los casos para Re=100 y Re=200, y una malla 480:60. En la figura 2 se presenta la distribución de la componente horizontal de la velocidad en un mapa de contornos para los dos casos de Reynolds considerados. Se observa que el flujo entra y se desarrolla a su paso por el ducto. Previamente a la aleta, se forma una pequeña zona de recirculación en la parte inferior, asimismo, otra parte del fluido se acelera y pasa la aleta para formar una zona de separación posterior a la misma debido al cambio abrupto de la geometría. Posteriormente el flujo se reagrupa y tiende a ser un flujo

completamente desarrollado a la salida del conducto dada la simetría que presentan los contornos y la trayectoria axial de las líneas de corriente en la figura 3. Para un Re=100 la zona de flujo acelerado es más pequeña que para Re=200.

En la figura 3 se muestran las líneas de corriente para ambos casos de estudio. Se observa que con el aumento del número de Reynolds las zonas de recirculación cercanas a la aleta, incrementan su tamaño. Aunado a ello, se observa una tercera zona de recirculación de la parte superior del canal, la cual es mayor en magnitud en el caso de un Re=200, que para un Re=100 donde dicha zona es muy pequeña; apenas perceptible. La ubicación de esta zona se mueve hacia la salida del canal a medida que el Reynolds aumenta, esto debido a que el mayor momentum del flujo la desplaza en la dirección del flujo principal.

En la figura 4 se presenta un acercamiento a la zona de la aleta para los Reynolds en cuestión. En estas figuras se puede apreciar una cuarta zona de recirculación que se forma por encima de la aleta, la cual es más evidente para un Re=200. También se encuentra la presencia de una quinta zona de recirculación en la esquina de la aleta y la pared inferior del canal. Actualmente no se puede dar más información del tamaño de las zonas de recirculación 4 y 5 ya que el tamaño de malla no es lo suficientemente fino. Las dimensiones de las longitudes de las zonas de recirculación adyacentes a la aleta se indican en la tabla 4.

Tabla 4. Longitud de las zonas de recirculación (Xr/s) para canal con una aleta.

	Zona anterior a la aleta Xr/s	Zona posterior a la aleta Xr/s
Re=100	1.19	8.31
Re=200	1.44	10.685

La figura 5 muestra el dominio computacional desarrollado para el caso de estudio con tres aletas, así como las relaciones geométricas

referidas a la altura de la misma. Los Reynolds considerados igual que el caso anterior son de $Re=100$ y $Re=200$.

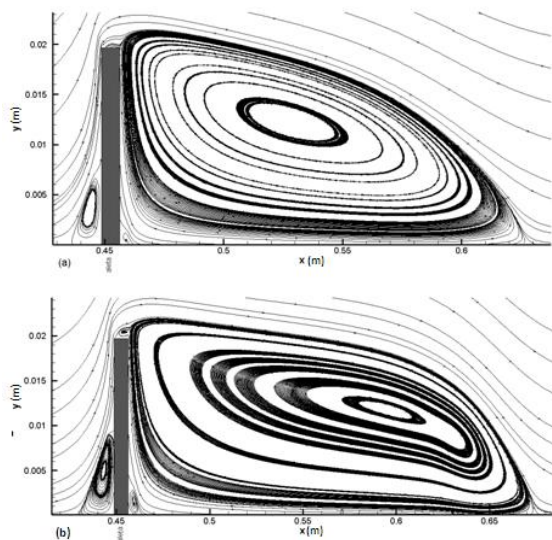


Figura 4. Acercamiento a las líneas corriente en las regiones cercanas a la aleta (a) $Re=100$ y (b) $Re=200$

En la distribución de velocidad de la componente horizontal presentada en la figura 6 se observa que el flujo entra y se desarrolla, al pasar por la primera aleta, forma las 2 principales zonas de recirculación mencionadas en la discusión anterior, el resto del fluido se acelera y pasa a la segunda aleta donde genera zonas de recirculación de mayor tamaño, en comparación con las formadas en la primera aleta. Posteriormente el flujo avanza y alcanza la zona de la tercera y última aleta, en la cual presenta una mayor aceleración teniéndose como resultado recirculaciones de mayor tamaño a las que se presentan en las aletas previas. Finalmente, el flujo se reagrupa y vuelve a desarrollarse. La figura 6 muestra que las zonas de flujo acelerado aumentan su tamaño en función del incremento en el parámetro del número de Reynolds.

La figura 7 muestra las líneas de corriente del flujo para el caso en estudio. Se aprecian las zonas de recirculación adyacentes a las aletas y la forma en que su tamaño se incrementa a medida de que el fluido avanza hacia la salida

del canal. Esta situación se puede atribuir a que a medida de que el fluido es estrangulado y pasa por la zona aletada su momentum aumenta. Asimismo, se observa que a medida que el número de Reynolds crece, también crecen en magnitud las zonas de recirculación.

En las figuras 8, 9 y 10 se presentan los acercamientos a las regiones próximas a cada una de las aletas, permitiendo una mejor apreciación a las estructuras de flujo en las zonas de recirculación adyacentes a cada aleta y cómo varían su forma a medida que se avanza en la dirección axial del canal.

Las zonas de recirculación aumentan su tamaño conforme el Re se incrementa, pero también las estructuras del flujo se vuelven más complejas al incremento del Re , dando lugar a la formación de pequeñas zonas de recirculación como se observa en la figura 9 (b) y 10 (b), las cuales no se presentan para $Re=100$.

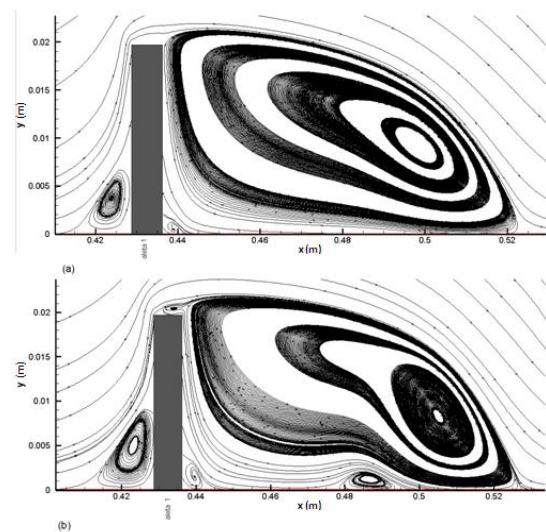


Figura 8. Acercamiento a las líneas corriente en las regiones cercanas a la primera aleta. (a) $Re=100$ y (b) $Re=200$

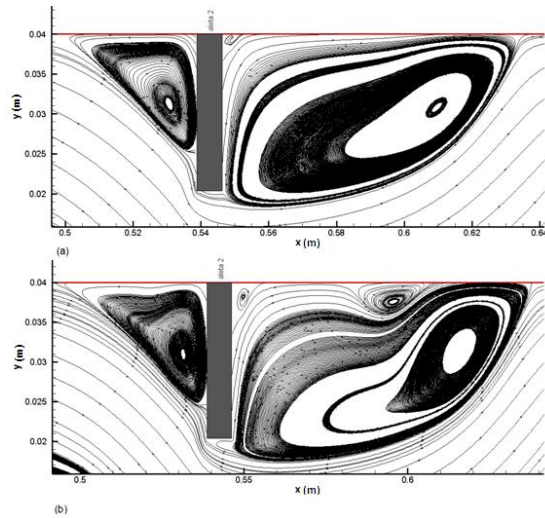


Figura 9. Acercamiento a las líneas corriente en las regiones cercanas a la segunda aleta. (a) $Re=100$ y (b) $Re=200$

CONCLUSIONES

Se presentaron los resultados de la simulación de un canal horizontal con una y tres aletas distribuidas en un ducto por el cual circula flujo para dos números de Reynolds. El código numérico desarrollado para tal efecto es validado previamente con dos casos considerados como problemas tipo en el área de CFD.

Se mostraron las distribuciones de velocidad de la componente axial u , así como las estructuras de flujo para todos los casos de estudio.

Para el caso de la aleta se observaron tres zonas de recirculación principales, las cuales aumentan su tamaño conforme aumenta el número de Reynolds. Para el caso de las 3 aletas, a cada una se le forman dos zonas principales en cada lateral, así como una tercera zona en el borde en contacto con la pared; las cuales aumentan conforme la longitud del canal. Debido al aumento del Re , se presenta una cuarta zona por debajo de la zona de recirculación principal, y otra muy pequeña por encima de la aleta y finalmente otra, en la zona adyacente a la pared superior del canal una vez que se termina la zona aletada.

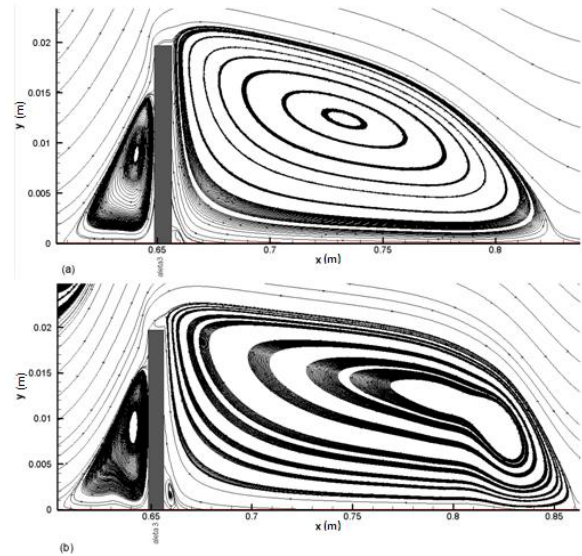


Figura 10. Acercamiento a las líneas corriente en las regiones cercanas a la tercera aleta. (a) $Re=100$ y (b) $Re=200$

BIBLIOGRAFÍA

Armaly B.F., Durst F., Pereira J.C.F., y Schonung B. (1983) Experimental and Theoretical Investigation of Backward-Facing Step Flow. *J. Fluid Mechanics*, 127: 473-493

Barbosa Saldaña J. G., Quinto Diez P., Sánchez Silva F., y Carvajal Mariscal I. (2007) Numerical Simulation for the flow structures following a three-dimensional horizontal forward-facing step channel. *Revista Mexicana de Física* 53: 87-95

Barbosa Saldaña J.G. (2005). Numerical Simulation of mixed convection over a Three-Dimensional Horizontal Backward-Facing Step. Doctoral Dissertation, Texas A&M University, USA

Biswas G., Breuer M. y Durst F. (2004) Backward-facing step flows for various expansion ratios at low and moderate Reynolds numbers. *J. of Fluids Engineering- Transactions of the ASME* 126: 362-374

Blackwell B. y Pepper D.W. (1992) Benchmark problems for heat transfer codes. Proceedings of the HTD-ASME Winter Annual Meeting, 222, Anaheim, pp.1-89

Durts F., Pereira J. y Tropea C. (1993) The plane symmetric sudden-expansion flow at low Reynolds numbers. *J. Fluid mechanics* 248: 567-581

Goldstein R.J., Eriksen V.L., Olson R.M., y Eckert E.R.G. (1970) Laminar separation, reattachment, and transition of the flow over a downstream-facing step. *J. Basic Engineering ASME*, 92: 732-741

Griebel M., Dornseifer T., y Neunhoffer T. (1988). *Numerical Simulation in Fluid Dynamics. A Practical Introduction*. USA: SIAM

Hoffman J.D. (2001) *Numerical Methods for Engineers and Scientists*. 2nd Edition, USA: CRC Press.

Nie J.H., y Armaly B.F. (2003) Reattachment of Three-Dimensional Flow Adjacent to Backward-Facing Step. *Int. J. Heat Transfer ASME*, 125: 422-435

Patankar S.V. (1980) *Numerical Heat Transfer and Fluid Flow*. USA: Taylor & Francis

Stür H, Gyr A, y Kinzelbach W. (1999) Laminar separation on a forward-facing step. *Eur. J. Mech. B/Fluids* 18: 675-692

Versteeg H.K., y Malalasekera W. (2007) *An introduction to computational fluid dynamics. The finite volume method*, England: Prentice Hall

Zamora Fuentes J.E., Barbosa Saldaña J. G., Sánchez Silva F., Quinto Diez P., y Carvajal Mariscal I. (2013) Simulación Numérica de la Convección en un Conducto Rectangular con escalón, *CAOS Conciencia*, 7: 1-12

NOMENCLATURA

div, operador divergencia

g, aceleración de la gravedad [m/s²]

grad, operador gradiente

H, altura del canal [m]

p, presión [N/m²]

Re, número de Reynolds $[\frac{\rho U_{\infty} s}{\mu}]$

s, altura de la aleta [m]

U_∞, velocidad de corriente libre [m/s]

U, vector velocidad [m/s]

U, vector velocidad [m/s]

u, componente de velocidad en la dirección x [m/s]

v, componente de velocidad en la dirección [m/s]

x, dirección coordenada horizontal [m]

X_{R/s}, longitud de la recirculación en la dirección axial

X_{R/s}, Longitud de recirculación adimensional

y, dirección coordenada vertical [m/s]

y, dirección coordenada vertical [m/s]

μ, viscosidad absoluta [N/s·m²]

τ, esfuerzo cortante sobre la pared [N/m²]

ρ, densidad [kg/m³]